

ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

1. Цена товара повысилась сначала на 40%, потом на 30%. На сколько процентов окончательная цена превосходит первоначальную цену?
2. В автопарке 3 автобуса, вмещающих по 50 человек, и 6 автобусов, вмещающих по 15 человек. Какое минимальное количество автобусов потребуется для перевозки 190 туристов?
3. Найдите количество всех целых чисел n , для которых выражение $\frac{8}{5-n^2}$ является целым числом.
4. Упростите выражение $\frac{x^2+(2\sqrt{3}-\sqrt{6})x-6\sqrt{2}}{x-\sqrt{6}} - 2\sqrt{3}$. В ответе укажите значение этого выражения при $x = 25$.
5. Легковой автомобиль выехал из города на две минуты позднее грузового и догнал его через 10 км. Известно, что скорость грузового автомобиля на 15 км/ч меньше скорости легкового автомобиля. Найдите скорость легкового автомобиля.
6. Найдите целое число — значение выражения $\frac{1+\cos\frac{\pi}{7}}{\sin\frac{\pi}{7}} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{14} - 1$.
7. Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 10, а сумма первых 20 членов равна 80. Найдите сумму первых 30 членов.
8. Решите уравнение $3 \cos\left(\frac{4}{3}\pi x\right) = 2 \sin^2\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$.
9. Решите неравенство $\frac{3^{x+1}}{3^x+6^x} \leq 2^{x+2}$.
10. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x+4}+x}{\sqrt{5-x}+\sqrt{x}} \leq \sqrt{x}$.
11. Решите уравнение $\left|2 - 2||x| - 1\right| = 5$.
12. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(3 + 2x - x^2) \geq \log_2\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$.
13. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{x-5} + \sqrt{13-x}$.
14. Найдите значения параметра a , при которых функция $f(x) = x^2 e^{2x} - \frac{a}{2} e^{2x} + 5a$ возрастает на всей числовой оси.
15. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x(x+y) - 3 = y, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$
16. Какова вероятность того, что произведение двух натуральных делителей (не обязательно различных) числа 2000 является полным квадратом?
17. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{\sqrt[3]{x+4} - 2}$.
18. Прямоугольный треугольник разбит медианой, опущенной на гипотенузу, на два треугольника, в которые вписаны окружности. Отрезок внешней касательной этих окружностей равен 11, а отрезок внутренней касательной — 7. Найдите периметр исходного прямоугольного треугольника.
19. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $\sqrt{6}$, а её высота — $\sqrt{3}$. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями боковых граней этой призмы.
20. Найдите S — площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и графиками функций $y = 9x^2$ и $y = (x+4)^2$.