

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»



ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по образовательной
деятельности
Е.М. Разинкина
«30» сентября 2019 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
СПЕЦИАЛЬНАЯ ДИСЦИПЛИНА
ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ
01.06.01 – Математика и механика**

Направленности (профили):

1. Теоретическая механика
2. Механика деформируемого твердого тела
3. Механика жидкости, газа и плазмы
4. Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Директор
Института прикладной математики и механики

М.Е. Фролов

Руководитель основных
образовательных программ ИПММ

Е.Ю. Павленко

г. Санкт-Петербург
2019

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

01.02.01 «Теоретическая механика»

Введение

Программа содержит следующие разделы: кинематика, динамика, устойчивость движения, колебания, вариационные принципы механики, гамильтонова механика, элементы небесной механики, механика управляемых движений.

Разделы программы и перечень вопросов

1. Кинематика

1.1. Кинематика точки. Координатный и естественный способы задания движения. Криволинейные координаты и параметры Ламе. Кинематика сложного движения материальной точки.

1.2. Кинематика твердого тела. Угловая скорость. Кинематические уравнения для углов Эйлера, уравнения Пуассона. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Плоское движение твердого тела. Кинематика сложного движения твердого тела.

2. Динамика

1.1. Основные теоремы динамики. Теоремы об изменении количества движения и момента количества движения. Теорема о движении центра масс. Реактивное движение. Уравнение Мещерского. Теорема об изменении кинетической энергии. Основные теоремы динамики для относительного движения.

1.2. Специальные задачи динамики точки. Задача двух тел и ее решение. Классификация траекторий. Законы Кеплера для эллиптических траекторий. Основная задача внешней баллистики.

1.3. Классические задачи динамики твердого тела. Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Стационарные движения: перманентные вращения и регулярная прецессия. Гироскоп.

1.4. Лагранжева механика. Принцип Даламбера—Лагранжа. Конфигурационное многообразие системы с конечным числом степеней свободы. Обобщенные координаты. Виртуальные перемещения. Голономные и неголономные системы. Уравнения Лагранжа. Уравнения Лагранжа с множителями. Уравнения Рауса для систем с циклическими координатами. Первые интегралы уравнений Лагранжа.

3. Устойчивость движения

1.1. Основные понятия теории устойчивости движения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова.

1.2. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса—Гурвица. Частотные критерии (критерии Михайлова, Найквиста). Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Понятие о критических случаях.

1.3. Устойчивость стационарных движений механической системы. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обобщения. Обращение теоремы Лагранжа. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия.

4. Колебания

1.1. Колебания линейных стационарных систем. Нормальные координаты. Теоремы Релея. Вынужденные колебания. Амплитудно-частотные характеристики. Резонанс. Параметрический резонанс в линейных системах с периодическими коэффициентами. Влияние сил сопротивления на колебания линейных стационарных систем.

1.2. Колебания нелинейных систем. Амплитудно-частотные характеристики. Бифуркации стационарных состояний. Автоколебания.

5. Гамильтонова механика

1.1. Обобщенные импульсы. Преобразования Лежандра. Уравнения Рауса и Гамильтона. Первые интегралы. Скобки Пуассона. Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре—Картана. Примеры на применение уравнений Гамильтона. Связь функции Гамильтона и полной энергии системы.

1.2. Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Производящие функции. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана. Уравнение Гамильтона-Якоби.

6. Механика управляемых движений.

1.1. Структурный анализ и линейный синтез управляемых систем. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость линейных систем. Критерии управляемости и наблюдаемости. Управление по принципу обратной связи. Стабилизация по первому приближению.

1.2. Оценивание состояния линейных систем. Фильтр Калмана. Совместная задача оценивания и управления.

1.3. Принцип максимума Понтрягина. Метод динамического программирования Беллмана. Связь принципа максимума с методом Беллмана.

Вопросы к экзамену

1. Кинематика точки. Траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в полярных координатах. Естественный трехгранник.
2. Простейшие конечные перемещения твердого тела: поступательное, вращение, винтовое. Углы Эйлера. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки.
3. Плоское движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Мгновенный центр ускорений.
4. Сложное движение точки. Скорости и ускорения точек при сложном движении.
5. Сложение мгновенных вращений твердого тела вокруг пересекающихся осей. Угловая скорость твердого тела – скользящий вектор. Кинематические уравнения Эйлера.
6. Сложение вращений твердого тела вокруг параллельных осей. Пара вращений. Сложение мгновенно поступательного и вращательного движений.
7. Общий случай сложения нескольких мгновенных движений твердого тела. Приведение общего случая к случаям простейших мгновенных движений.
8. Свободные и несвободные системы. Связи, их классификация. Системы голономные и неголономные. Возможные положения, скорости, ускорения и перемещения точек системы. Действительные и виртуальные перемещения. Число степеней свободы системы.
9. Элементарная работа сил системы. Работа сил, приложенных к твердому телу. Идеальные связи. Силовая функция. Потенциал. Элементарная работа сил системы в обобщенных координатах. Обобщенные силы и их вычисление.
10. Количество движения. Центр масс. Теорема об изменении количества движения системы в инерциальной системе отсчета. Теорема о движении центра масс.
11. Момент инерции твердого тела относительно оси. Моменты инерции относительно параллельных осей; теорема Гюйгенса – Штейнера. Эллипсоид инерции. Свойства осевых моментов инерции.
12. Момент количества движения (кинетический момент) системы относительно заданного центра. Кинетический момент системы для ее движения относительно центра масс. Теорема Кенига о вычислении кинетического момента.
13. Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига о вычислении кинетической энергии. Закон сохранения полной механической энергии.
14. Задача двух тел. Уравнения движения. Интеграл площадей; второй закон Кеплера. Интеграл энергии. Интеграл Лапласа.
15. Задача двух тел. Уравнение орбиты; первый закон Кеплера. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Третий закон Кеплера.
16. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела. Уравнения плоского движения твердого тела.
17. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера.
18. Случай Эйлера движения твердого тела вокруг неподвижной точки: регулярная прецессия в случае динамической симметрии тела; геометрическая интерпретация Пуансо.

19. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Дифференциальные уравнения Эйлера – Пуассона и их первые интегралы.
20. Понятие о случаях интегрируемости Эйлера, Лагранжа и Ковалевской задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки.
21. Вынужденная регулярная прецессия динамически симметричного твердого тела. Основная формула гироскопии. Понятие об элементарной теории гироскопов.
22. Выражение реакций идеальных связей при помощи их уравнений и неопределенных множителей Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода.
23. Принцип Даламбера-Лагранжа (общее уравнение динамики) — необходимое и достаточное условие, выделяющее действительные движения системы из ее кинематически возможных движений.
24. Принцип виртуальных перемещений (общее уравнение статики) — необходимое и достаточное условие равновесия системы с идеальными удерживающими связями.
25. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода.
26. Разрешимость уравнений Лагранжа второго рода относительно обобщенных ускорений. Уравнения Лагранжа второго рода в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа.
27. Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы. Случай консервативной системы. Гироскопические силы. Диссипативные силы, функция Рэлея.
28. Устойчивость равновесия. Теорема Лагранжа-Дирихле об устойчивости консервативной системы. Влияние диссипативных и гироскопических сил на устойчивость. Условия неустойчивости.
29. Устойчивость по линейному приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Критерий Михайлова.
30. Малые колебания консервативной системы в окрестности устойчивого положения равновесия. Главные колебания и их механический смысл.
31. Реакция линейной консервативной системы на периодическое воздействие. Резонанс.
32. Вынужденные колебания линейных диссипативных систем. Частотные характеристики для уравнения второго порядка. Случай системы уравнений.
33. Канонические уравнения Гамильтона. Преобразование Лежандра. Теорема Донкина. Физический смысл функции Гамильтона в случае консервативной системы. Интеграл Якоби.
34. Первые интегралы уравнений движения. Циклические координаты. Обобщенно консервативные системы.
35. Скобки Пуассона. Теорема Якоби-Пуассона.
36. Вариационный принцип Гамильтона.
37. Канонические преобразования. Критерий каноничности. Преобразование гамильтониана.
38. Свободные канонические преобразования.
39. Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл. Теорема Якоби.

Основная литература

1. П.А. Жилин. Динамика твердого тела. Учебное пособие. Изд-во Политехн. ун-та. 2015. — 640 с
2. П.А. Жилин. Рациональная механика сплошных сред. Учебное пособие. Изд-во Политехн. ун-та. 2012. — 584 с
3. П.А. Жилин. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2003. 340 с
4. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа: Учебное пособие. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. – 109 с
5. П.А. Жилин. Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве. СПб: Нестор, 2001. 276 с.
6. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. М: Изд-во ЛКИ, 3-е изд., 2008
7. Носов В.Н. Теоретическая механика для бакалавров. Учебное пособие, СПбГПУ, 2013, 204 с.
8. Ф.Ф. Прохоренко Теоретическая механика: Учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. - 118с

Дополнительная литература

1. Жилин П. А. Теоретическая механика: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2001. – 146 с.
2. Е.Н. Вильчевская. Тензорная алгебра и тензорный анализ: учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 44 с.
3. Аппель П. Теоретическая механика. Т. 1, 2. М.: Физматгиз, 1960.
4. Лойцянский Л. Г. Курс теоретической механики. М.: Наука, 1983
5. Лурье А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
6. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука, 1997.
7. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: ЧеРо, 1999.
8. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М.: Наука, 1965.
9. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Физматлит, 1969.
10. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы теории колебаний. М.: Наука, 1988.
11. Уиттекер Е.Т. Аналитическая динамика. Изд-во Удмурдского университета, 1999.
12. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. М.: Наука, 1992.
13. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1998.
14. Белецкий В. В. Регулярные и хаотические движения твердых тел. Изд-во РХД, 2007
15. Чаплыгин С.А. Исследования по динамике неголономных систем. Изд-во ЛКИ., 2007
16. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968
17. Бутенин Н.В. Введение в аналитическую механику. М.: Наука, 1971
18. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978

2. Механика деформируемого твердого тела

Введение

Поступающие в аспирантуру должны обладать базовыми знаниями по теории упругости, теориям вязкоупругости, ползучести и пластичности, механике разрушения, термодинамике сплошных сред, а также иметь навыки численного решения задач механики деформируемого твердого тела. Предполагается владение экзаменуемым необходимым математическим аппаратом, в который входят элементы тензорного анализа, уравнения в частных производных, теория функций комплексного переменного, основные методы математической физики.

Разделы программы и перечень вопросов

1. Механика и термодинамика сплошной среды

1.1. Деформации. Отсчетная и актуальная конфигурации деформируемого тела. Пространственное и материальное описания деформации сплошного тела. Градиент деформации. Полярное разложение градиента деформации. Меры и тензоры конечных деформаций Коши - Грина, Фингера и Альманси. Геометрический смысл компонент тензоров деформации Коши - Грина и Альманси. Пространственный градиент скорости. Скорости изменения линейного элемента и объема. Тензор скоростей деформаций и спин. Геометрический смысл компонент тензора скоростей деформаций. Формула Гельмгольца для распределения скоростей. Тензор малых деформаций и геометрический смысл его компонент. Условия совместности деформаций. Определение вектора перемещений по линейному тензору деформаций. Композиция и декомпозиция деформаций в случае конечных и малых деформаций.

1.2. Напряжения. Силы, действующие в сплошной среде: внешние и внутренние, массовые и поверхностны. Вектор напряжений и тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент тензора напряжений Коши. Главные значения и главные направления тензора напряжений Коши. Представление напряженного состояния на кругах Мора. Разложение тензора напряжений на шаровую часть и девиатор. Интенсивность касательных напряжений. Параметр Лоде – Надаи и вид напряженного состояния.

1.3. Фундаментальные законы в механике сплошной среды. Уравнения баланса массы, импульса и момента импульса. Кинетическая энергия, мощность внешних и внутренних сил. Внутренняя энергия и баланс энергии. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса – Дюгема и его роль при построении определяющих соотношений механики сплошной среды.

2. Основные соотношения и задачи линейной теории упругости

2.1. Определение упругого материала. Линейно-упругий материал, закон Гука. Тензор модулей упругости. Изотропные и анизотропные материалы. Параметры Ляме и технические модули упругости в случае изотропного линейно-упругого тела.

2.2. Полная система уравнений линейной теории упругости. Типы краевых условий. Принцип Сен-Венана. Дифференциальные уравнения теории упругости в перемещениях. Уравнение Бельтрами—Митчелла в напряжениях.

2.3. Общие теоремы теории упругости. Неотрицательность энергии деформаций и ограничения на модули упругости. Теорема о единственности решения. Формула Клапейрона. Теорема взаимности Бетти. Тензор влияния и его симметричность (теорема Максвелла).

2.4. Действие сосредоточенной силы в неограниченной изотропной упругой среде. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска).

2.5. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной работы, смешанный принцип стационарности (вариационный принцип Рейсснера). Методы Ритца и Бубнова-Галеркина.

2.6. Кручение и изгиб призматического тела в постановке задачи Сен-Венана.

2.7. Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное и плоское деформированное состояния. Функция напряжений Эри. Выражение функции Эри через функции комплексного переменного. Формулы Колосова — Мусхелишвили для перемещений и напряжений. Распределение напряжений у эллиптического отверстия при растяжении бесконечной плоскости. Коэффициент концентрации напряжений.

2.8. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Уравнения динамики пластин и оболочек. Тензоры усилий и моментов. Уравнение баланса энергии для термоупругих пластин и оболочек. Тензоры деформации и соотношения Коши-Грина. Формулировка граничных условий.

2.9. Динамические задачи теории упругости. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Рэлея.

3. Теория пластичности

3.1. Качественные представления о неупругом деформировании. Типы неупругого поведения материалов при деформировании: вязкость, пластичность, сверхпластичность. Ползучесть. Релаксация напряжений. Упрочнение. Эффект Баушингера. Влияние температуры и скорости деформирования на деформационное поведение материалов.

3.2. Критерии пластичности Треска и Мизеса. Идеальная пластичность. Уравнения теории течения. Простейшие реологические модели упруго-пластического деформирования.

3.3. Поверхность нагружения. Постулат Друккера, выпуклость поверхности нагружения, принцип максимума диссипации, ассоциированный закон пластичности. Эволюция поверхности нагружения в процессе деформирования. Различные типы упрочнения.

3.4. Простое и сложное нагружение. Деформационная теория пластичности.

3.5. Совместное кручения и растяжение тонкостенной трубки. Толстостенный сферический сосуд под действием внутреннего давления. Упруго-пластический изгиб балок. Пластическое кручение призматического тела.

3.6. Линии скольжения в плоской задаче теории пластичности. Простейшие задачи в постановке плоской деформации жестко-пластического тела: растяжение полосы с отверстием, растяжение полосы, ослабленной тонкими вырезами, вдавливание плоского штампа, клин под действием одностороннего давления.

3.7. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки.

4. Теория вязкоупругости и ползучести

4.1. Понятие о ползучести и релаксации. Простейшие реологические модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фойхта, модель Томсона. Интегральная форма определяющих соотношений. Ядра ползучести и релаксации.

4.2. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа.

5. Механика разрушения

5.1. Оценка теоретической прочности.

5.2. Напряженное состояние в окрестности вершины трещины. Принцип суперпозиции в механике трещин. Функции Вестергарда, решение Седова, формулы Снеддона для напряжений. Коэффициенты интенсивности напряжений. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от величины нагрузки и длины трещины.

5.3. Критерий разрушения Ирвина. Теория Гриффита. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Интеграл Черепанова - Райса. Сравнение силового и энергетического подходов при хрупком разрушении. Теоретическая прочность с точки зрения теории Гриффитса.

5.4. Модель трещины Баренблатта. Модель трещины Леонова—Панасюка—Дагдейла. Критерий критического раскрытия трещины.

5.5. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Законы роста усталостных трещин.

5.6. Параметр поврежденности Качанова - Работнова. Кинетическое уравнение накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений.

5.7. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений.

6. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела

Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Методы Релея—Ритца, Бубнова—Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии. Метод конечных элементов в теории упругости.

1. Градиент деформации. Полярное разложение градиента деформации.
2. Меры и тензоры конечных деформаций Коши - Грина, Фингера и Альманси. Геометрический смысл компонент тензоров деформации Коши - Грина и Альманси.
3. Пространственный градиент скорости. Скорости изменения линейного элемента и объема.
4. Тензор скоростей деформаций и спин. Геометрический смысл компонент тензора скоростей деформаций. Формула Гельмгольца для распределения скоростей.
5. Тензор малых деформаций и геометрический смысл его компонент. Условия совместности деформаций. Определение вектора перемещений по линейному тензору деформаций.
6. Вектор напряжений и тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент тензора напряжений Коши. Представление напряженного состояния на кругах Мора.
7. Уравнения баланса импульса и момента импульса в механике деформируемых тел.
8. Баланс энергии.
9. Второй закон термодинамики. Неравенство Клаузиуса – Дюгема
10. Закон Гука. Тензор модулей упругости. Изотропные и анизотропные материалы. Параметры Ляме и технические модули упругости в случае изотропного линейно-упругого тела.
11. Полная система уравнений линейной теории упругости. Типы краевых условий. Принцип Сен-Венана.
12. Дифференциальные уравнения линейной теории упругости в перемещениях.
13. Уравнение Бельтрами—Митчелла в напряжениях.
14. Теорема о единственности решения задачи линейной теории упругости.
15. Формула Клапейрона.
16. Теорема взаимности Бетти. Тензор влияния и его симметричность (теорема Максвелла).
17. Действие сосредоточенной силы в неограниченной изотропной упругой среде.
18. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска).
19. Принцип минимума потенциальной энергии.
20. Принцип минимума дополнительной работы.
21. Смешанный принцип стационарности (вариационный принцип Рейсснера).
22. Изгиб призматического тела в постановке задачи Сен-Венана.
23. Кручение призматического тела в постановке задачи Сен-Венана
24. Плоское напряженное и плоское деформированное состояния. Функция напряжений Эри.
25. Выражение функции Эри через функции комплексного переменного. Формулы Колосова — Мусхелишвили для перемещений и напряжений.
26. Распределение напряжений у эллиптического отверстия при растяжении бесконечной плоскости. Коэффициент концентрации напряжений.
27. Основные гипотезы теории тонких упругих пластин. Уравнения динамики пластин.
28. Основные гипотезы теории тонких упругих оболочек. Уравнения динамики оболочек.

29. Тензоры усилий и моментов в теории пластин и оболочек. Уравнение баланса энергии для термоупругих пластин и оболочек. Тензоры деформации и соотношения Коши-Грина. Формулировка граничных условий.
30. Динамические задачи теории упругости. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Продольные и поперечные волны.
31. Поверхностные волны Рэлея.
32. Критерии пластичности Треска и Мизеса. Идеальная пластичность. Уравнения теории течения. Простейшие реологические модели упруго-пластического деформирования.
33. Поверхность нагружения. Постулат Друккера, выпуклость поверхности нагружения, ассоциированный закон пластичности.
34. Принцип максимума диссипации в теории пластичности
35. Эволюция поверхности нагружения в процессе деформирования. Различные типы упрочнения. Эффект Баушингера.
36. Простое и сложное нагружение. Деформационная теория пластичности.
37. Совместное кручения и растяжение тонкостенной трубки.
38. Толстостенный сферический сосуд под действием внутреннего давления.
39. Упруго-пластический изгиб балок.
40. Пластическое кручение призматического тела.
41. Линии скольжения в плоской задаче теории пластичности.
42. Плоская деформация жестко-пластического тела: растяжение полосы с отверстием,
43. Плоская деформация жестко-пластического тела: растяжение полосы, ослабленной тонкими вырезами.
44. Плоская деформация жестко-пластического тела: вдавливание плоского штампа.
45. Плоская деформация жестко-пластического тела: клин под действием одностороннего давления.
46. Модели вязкоупругого материала Максвелла и Фойхта.
47. Интегральная форма определяющих соотношений вязкоупругих тел. Ядра ползучести и релаксации.
48. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Принцип соответствия Вольтерры.
49. Напряженное состояние в окрестности вершины трещины нормального отрыва. Коэффициент интенсивности напряжений.
50. Напряженное состояние в окрестности вершины трещины сдвига.
51. Критерии разрушения Ирвина и Гриффита. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Интеграл Черепанова - Райса.
52. Теоретическая прочность с точки зрения теории Гриффитса.
53. Модель трещины Баренблатта.
54. Модель трещины Леонова—Панасюка—Дагдейла. Критерий критического раскрытия трещины.
55. Параметр поврежденности Качанова - Работнова. Кинетическое уравнение накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений.
56. Методы Релея—Ритца и Бубнова—Галеркина в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.

Основная литература

1. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970.
2. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980.
3. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
4. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974.
5. Пальмов В.А. Фундаментальные законы природы в нелинейной термомеханике деформируемых тел. Санкт-Петербург. Изд-во Политехнического университета. 2008. 142 с.
6. Пальмов В.А. Теория определяющих уравнений в нелинейной термомеханике деформируемых тел. Санкт-Петербург. Изд-во Политехнического университета. 2008. 112 с.
7. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
8. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.

Дополнительная литература

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1976.
2. Бессон Ж., Каето Ж., Шабоз Ж.-Л., Форест С. Нелинейная механика материалов: Перевод Кравчука А.С. под редакцией Гецова Л.Б., Мельникова Б.Е., Мусиенко А.Ю., Семенова А.С.-СПб.:Изд-во СПбГПУ. 2010.
3. Елисеев В.В.. Механика упругих тел. Санкт-Петербург. Изд-во СПбГТУ , 2003
4. Елисеев В. В. Механика деформируемого твердого тела. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2006
5. Жилин П.А. Прикладная механика. Основы теории оболочек. СПб: Изд-во СПбГПУ. 2006.
6. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
7. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990.
8. Ишлинский А.Ю., Д.Д. Ивлев. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит. 2003.
9. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974.
10. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975.
11. Морозов Е. М., Муйземнек А.Ю., Шадский А.С. ANSYS в руках инженера : механика разрушения. Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2008
12. Новожилов В.В. Вопросы механики сплошной среды. Л.: Судостроение, 1989.
13. Пальмов В.А. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа. Санкт-Петербург. Изд-во Политехнического университета. 2008. 108 с.
14. Пальмов В.А. Определяющие уравнения термоупругих, термовязких и термопластических. Санкт-Петербург. Изд-во Политехнического университета. 2008. 137 с.
15. Пестриков В.М., Морозов Е.М.. Механика разрушения твердых тел. Санкт-Петербург. Профессия. 2002.

16. Разрушение. В семи томах под ред. Г.Либовица. Том 2. Математические основы теории разрушения. М. Мир. 1975.
17. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I, II. 5-е изд. М.: Наука, 1994.
18. Семёнов А.С. Вычислительные методы теории пластичности: Учебное пособие. СПб.:Изд-во СПбГПУ, 2008.
19. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны.
20. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
21. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. Москва. URSS. 2010.

3. Механика жидкости, газа и плазмы

Кинематика жидкости и газа

Модель сплошной текучей среды. Методы Эйлера и Лагранжа задания движения. Линии тока и траектории. Первая теорема Гельмгольца. Тензор скоростей деформаций. Вихрь. Вихревые линии и трубки. Вторая теорема Гельмгольца. Гидродинамическая теорема Стокса. Лагранжева (индивидуальная), локальная и конвективная производные по времени. Кинематическая теорема Кельвина.

Основные законы сохранения и общие уравнения движения и равновесия жидкости и газа

Плотность распределения массы. Уравнение неразрывности. Классификация и способы задания действия сил. Тензор напряжений. Формула Коши. Закон сохранения количества движения и уравнение динамики в напряжениях. Симметричность тензора напряжений. Закон сохранения энергии и уравнения баланса полной, кинетической и внутренней энергии. Консервативная форма записи уравнений баланса. Уравнения гидроаэростатики.

Основные уравнения динамики идеальной жидкости и газа

Модель идеальной (невязкой) текучей среды. Уравнения движения и сохранения энергии в идеальной среде. Баротропность, функция давления. Форма Громека – Лэмба записи уравнения движения. Уравнение Гельмгольца переноса вихрей. Теорема Бернулли, частные случаи выражения соотношения Бернулли. Примеры применения соотношения Бернулли. Уравнения баланса энтальпии и полной энтальпии. Изэнтропичность адиабатического движения газа.

Одномерный поток идеального газа

Распространение малых возмущений. Скорость звука. Линии возмущений, конус возмущений. Число Маха и скоростной коэффициент. Изэнтропические формулы. Одномерное течение газа по трубе переменного сечения. Истечение газа из резервуара. Явление запираания канала. Сопло Лавая. Образование ударных волн. Прямой скачок уплотнения. Формулы Рэнкина – Гюгонио. Ударная адиабата. Формула Прандтля. Связь между параметрами до- и после скачка. Потери механической энергии в скачке. Скорость спутного потока.

Плоское безвихревое движение идеальной несжимаемой жидкости

Теорема Кельвина о сохранении циркуляции. Теорема Лагранжа. Потенциал скоростей. Вычисление потенциала в односвязной и многосвязной областях. Функция тока в плоском движении. Комплексный потенциал. Простейшие плоские потоки. Бесциркуляционное и циркуляционное обтекания кругового цилиндра. Задача об обтекании крылового профиля. Постулат Жуковского – Чаплыгина. Формула для циркуляции скорости. Обтекание пластинки. Формулы для главного вектора и главного момента сил давления. Теорема Жуковского о подъемной силе. Коэффициенты подъемной силы и момента для пластины.

Пространственное безвихревое движение идеальной несжимаемой жидкости

Потенциалы скоростей простейших пространственных потоков. Непрерывное распределение источников и стоков. Ньютонов потенциал. Поле скоростей вокруг заданной системы вихрей. Формула Био – Савара. Функция тока в пространственных потоках. Обтекание сферы. Парадокс Даламбера для обтекания сферы и произвольного тела. Задача Кирхгофа о произвольном движении твердого тела. Единичные потенциалы. Присоединенные массы.

Плоское безвихревое движение идеального газа

Уравнения плоского безвихревого адиабатического движения идеального газа. Линеаризованный до- и сверхзвуковой потоки. Формулы Прандтля – Глауэрта для дозвукового потока. Критическое число Маха. Тонкий профиль в сверхзвуковом потоке. Формулы Аккерета. Обтекание внешней части тупого угла сверхзвуковым потоком газа. Косой скачок уплотнения. Ударная поляра. Связь между параметрами потока до- и после косога скачка.

Основы движения вязкой несжимаемой жидкости

Вязкость, теплопроводность, диффузия в жидкостях и газах. Простейший реологический закон Ньютона. Динамический и кинематический коэффициенты вязкости. Обобщенный закон Ньютона. Реологические законы некоторых неньютоновских жидкостей. Уравнения Навье – Стокса динамики несжимаемой жидкости. Подобие потоков вязкой жидкости. Числа и критерии подобия (Струхаля, Эйлера, Фруда, Рейнольдса). Ламинарное движение по цилиндрической трубе. Формулы Пуазейля. Закон сопротивления для течений в плоской трубе и трубе кругового сечения. Уравнение Гельмгольца переноса вихря в вязком течении. Диффузия вихревой нити. Обтекание сферы при малых числах Рейнольдса.

Основы теории ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости

Общие представления о пограничном слое. Уравнения Прандтля. Скорость на внешней границе слоя. Отрыв пограничного слоя. Пограничный слой на продольно обтекаемой пластине. Плоская затопленная струя. Автомодельность течений в пограничных слоях. Интегральные толщины пограничного слоя. Уравнение Кармана интегрального баланса импульса.

Элементы теории турбулентного движения жидкости

Явление перехода ламинарного движения в турбулентное. Критическое число Рейнольдса. Явление перемежаемости. Каскадная теория турбулентности. Масштабы турбулентности. Осредненные и пульсационные характеристики. Тензор турбулентных напряжений. Тепло- и массоперенос в турбулентном движении. Способы замыкания уравнений Рейнольдса. Локальный и интегральный подходы. Коэффициент турбулентной вязкости. Формулы Прандтля и Кармана для напряжения турбулентного трения. Краткий обзор современных моделей турбулентности. Пристеночное турбулентное движение. Вязкий подслой, буферная область, турбулентное ядро. Формулы сопротивления движению для гладких труб. Влияние на сопротивление шероховатости стенки. Явление кризиса обтекания и сопротивления плохообтекаемых тел. Турбулентный пограничный слой. Эмпирический и полуэмпирический методы расчета турбулентного пограничного слоя на пластине.

Вопросы к экзамену

1. Методы Эйлера и Лагранжа задания движения текучей среды.
2. Линии, поверхности и трубки тока. Траектории, траекторные поверхности, струи.
3. Первая теорема Гельмгольца. Тензор скоростей деформаций. Скорость относительного объемного расширения.
4. Вихри. Вихревые линии, поверхности и трубки. Вторая теорема Гельмгольца.
5. Циркуляция вектора скорости. Гидродинамическая теорема Стокса.
6. Индивидуальная (лагранжева), локальная и конвективная производные по времени. Ускорение и его составные части.
7. Плотность распределения массы. Уравнение неразрывности.
8. Объемные и поверхностные силы. Формула Коши. Тензор напряжений.
9. Закон сохранения (баланса) количества движения (импульса).
10. Закон сохранения (баланса) момента количества движения.
11. Закон сохранения (баланса) полной энергии. Уравнения баланса кинетической и внутренней энергии.
12. Уравнения гидроаэростатики. Равновесие в изотермической атмосфере.
13. Модель идеальной (невязкой) текучей среды. Тензор напряжений для такой среды.
14. Уравнения баланса импульса и энергии в идеальной среде. Баротропность, функция давления.
15. Уравнение Бернулли. Частные случаи выражения уравнения Бернулли.
16. Уравнения баланса энтальпии и полной энтальпии. Изэнтропичность адиабатического движения идеального газа.
17. Задача о распространении малых возмущений. Скорость звука. Линии возмущений, конус возмущений.
18. Число Маха и скоростной коэффициент. Изэнтропические формулы через M и λ .
19. Одномерное течение газа по трубе переменного сечения. Уравнение Гюгонио. Истечение газа из резервуара. Явление запираания канала.
20. Элементарная теория работы сопла Лавалея.
21. Образование ударной волны (скачка уплотнения). Инварианты параметров газа в скачке (уравнения сохранения массы, импульса и энергии).
22. Ударная адиабата Гюгонио. Формула Прандтля $\lambda_1 \lambda_2 = 1$. Связи между параметрами газа до- и после скачка.

23. Понятие плоского движения. Потенциал скорости для безвихревого движения. Функция тока в плоском движении. Дифференциальное уравнение для функции тока в безвихревом движении.
24. Уравнения плоского безвихревого движения идеального газа. Линеаризация данных уравнений.
25. Дозвуковое обтекание тонкого профиля. Формулы Прандтля – Глауэрта.
26. Сверхзвуковое обтекание тонкого профиля. Формулы Аккерета.
27. Течение Прандтля – Майера.
28. Косой скачок уплотнения.
29. Пространственное безвихревое течение идеальной несжимаемой жидкости. Функция тока в пространственных потоках.
30. Обтекание сферы однородным потоком. Парадокс Даламбера для тела произвольной формы.
31. Явления вязкости, теплопроводности и диффузии в жидкостях и газах. Простейший реологический закон Ньютона. Динамический и кинематический коэффициенты вязкости.
32. Обобщенный закон Ньютона. Уравнения Навье – Стокса динамики несжимаемой жидкости. Граничные условия для данных уравнений.
33. Подобие течений вязкой несжимаемой жидкости. Числа и критерии подобия.
34. Ламинарное установившееся движение по цилиндрической трубе.
35. Уравнение Гельмгольца переноса вихря в вязкой жидкости. Диффузия вихревой нити. Диссипация механической энергии в вязкой жидкости.
36. Ламинарный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Вывод уравнений Прандтля пограничного слоя.
37. Отрыв пограничного слоя.
38. Задача о пограничном слое на продольно обтекаемой пластине. Автомодельность. Интегральные толщины пограничного слоя.
39. Задача о плоской затопленной ступе.
40. Явление перехода ламинарного движения в турбулентное. Каскадная теория турбулентности. Масштабы турбулентности.
41. Осредненные и пульсационные величины. Уравнение Рейнольдса осредненного турбулентного движения. Тензор турбулентных напряжений.
42. Способы замыкания уравнений Рейнольдса. Коэффициент турбулентной вязкости. Формулы Прандтля и Кармана.
43. Пристеночное турбулентное движение. Вязкий подслой, буферная область, турбулентное ядро. Двухслойная модель турбулентности.

44. Формулы сопротивления движению для гладких труб. Влияние шероховатости на сопротивление.
45. Кризис обтекания и сопротивления плохообтекаемых тел.
46. Турбулентный пограничный слой. Эмпирический метод расчета турбулентного пограничного слоя на пластине.

Литература

Основная:

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.–М.:Дрофа, 2003.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика / 5-е изд., стер. – 2003. - 731 с.
- 3 . Гиргидов А. Д. Механика жидкости и газа (гидравлика) / 2-е изд., испр. и доп. – СПб. Изд-во СПбГПУ, 2003 . – 544 с.

Дополнительная:

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I, II. 5-е изд. М.: Наука, 1994.
2. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. 10-е изд. М.: Наука, 1987.
3. Черный Г.Г. Газовая динамик+a. М.: Наука. 1988.

4. Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Положения равновесия и их устойчивость

Положения равновесия. Необходимое и достаточное условие равновесия. Устойчивость равновесия по Ляпунову. Устойчивость консервативных систем; теорема Лагранжа – Дирихле. Критерий Сильвестра. Устойчивость обращенного маятника. Исследование устойчивости неконсервативных систем. Критерий Гурвица.

Колебания систем с одной степенью свободы

Малые колебания консервативной системы вблизи положения устойчивого равновесия. Линеаризация уравнения движения. Собственная частота колебаний. Потенциальная энергия предварительно напряженного упругого подвеса.

Влияние диссипативных сил на свободные колебания. Логарифмический декремент колебаний. Выбор оптимального демпфирования.

Вынужденные колебания под действием произвольной вынуждающей силы. Решение в форме интеграла Дюамеля. Импульсная переходная функция. Система защиты от ударного воздействия. Вынужденные колебания под действием гармонической силы. Метод комплексных амплитуд. Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики. Резонанс, способы борьбы с резонансом. Энергетические соотношения при вынужденных колебаниях. Коэффициент поглощения энергии. Вынужденные колебания под действием периодической силы; условия возникновения резонансных колебаний. Система защиты от вибраций. Элементы теории виброизмерительных приборов.

Введение в теорию нелинейных колебаний. Метод гармонического баланса. Гармоническая линеаризация. Свободные колебания консервативной системы с нелинейной упругой характеристикой. Вынужденные колебания системы с нелинейной упругой характеристикой. Вынужденные колебания системы с нелинейными силами сопротивления. Автоколебания в механических системах.

Колебания систем со многими степенями свободы

Малые колебания вблизи положения устойчивого равновесия. Линеаризация уравнений движения. Свободные колебания консервативной системы. Собственные частоты и формы главных колебаний. Положительность корней частотного уравнения. Ортогональность векторов форм колебаний. Модальная матрица. Колебания связанных маятников. Нулевые корни частотного уравнения; крутильные колебания ротора. Колебания упругих систем. Матрица коэффициентов влияния. «Обратный» метод составления уравнений движения. Влияние диссипативных сил на свободные колебания. Свойства корней характеристического уравнения. Случай малой диссипации.

Вынужденные колебания под действием произвольных вынуждающих сил; решение в главных координатах, решение с помощью интеграла Дюамеля. Вынужденные колебания под действием гармонических сил. Метод комплексных амплитуд. Резонанс; способы борьбы с резонансом. Влияние малых диссипативных сил на резонансные колебания. Динамический гаситель колебаний. Критическая скорость вращающегося ротора.

Гироскопические силы. Дифференциальные уравнения колебаний гироскопических систем. Собственные частоты и формы колебаний. Колебания гироскопического маятника. Медленная и быстрая прецессия.

Колебания стержней

Продольные колебания стержней. Волновое уравнение. Граничные и начальные условия. Собственные частоты и формы продольных колебаний. Ортогональность форм колебаний. Собственные частоты и формы свободных колебаний стержня с массой на конце. Вынужденные продольные колебания; решение в виде ряда по формам свободных колебаний. Учет сил сопротивления при продольных колебаниях стержня. Дифференциальное уравнение изгибных колебаний стержня. Граничные и начальные условия. Собственные частоты и формы изгибных колебаний. Ортогональность форм колебаний. Вынужденные изгибные колебания. Учет сил сопротивления при изгибных колебаниях стержня.

Вопросы к экзамену

1. Положения равновесия. Необходимое и достаточное условие равновесия.
2. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость консервативных систем; теорема Лагранжа - Дирихле. Критерий Сильвестра.
3. Устойчивость обращенного маятника.
4. Исследование устойчивости неконсервативных систем по уравнениям первого приближения. Критерий Гурвица.
5. Малые колебания консервативной системы с одной степенью свободы вблизи положения устойчивого равновесия. Линеаризация уравнения движения. Собственная частота колебаний.
6. Потенциальная энергия предварительно напряженного упругого подвеса.
7. Влияние диссипативных сил на свободные колебания системы с одной степенью свободы. Логарифмический декремент колебаний.
8. Выбор оптимального демпфирования в колебательной системе с одной степенью свободы.
9. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы под действием произвольной вынуждающей силы. Интеграл Дюамеля. Импульсная переходная функция.
10. Система защиты от ударного воздействия.
11. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы под действием гармонической силы. Метод комплексных амплитуд. Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики. Резонанс.
12. Энергетические соотношения при вынужденных гармонических колебаниях системы с одной степенью свободы. Коэффициент поглощения энергии.
13. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы под действием периодической силы; условия возникновения резонансных колебаний.
14. Система защиты от вибраций.
15. Элементы теории виброизмерительных приборов.

16. Метод гармонического баланса в задаче о свободных колебаниях системы с нелинейной упругой характеристикой. Гармоническая линеаризация.
17. Вынужденные колебания системы с нелинейной упругой характеристикой под действием гармонической силы.
18. Вынужденные колебания в системе с нелинейными силами сопротивления под действием гармонической силы.
19. Автоколебания в механических системах.
20. Малые колебания консервативной системы со многими степенями свободы вблизи положения устойчивого равновесия. Линеаризация уравнений движения.
21. Свободные колебания консервативной системы со многими степенями свободы. Собственные частоты и формы главных колебаний.
22. Положительность корней частотного уравнения. Ортогональность векторов форм колебаний. Модальная матрица.
23. Колебания связанных маятников.
24. Нулевые корни частотного уравнения. Крутильные колебания ротора.
25. Колебания упругих систем. Матрица коэффициентов влияния. Обратный метод составления уравнений движения.
26. Учет сил трения при колебаниях системы со многими степенями свободы. Диссипативная функция.
27. Влияние диссипативных сил на свободные колебания системы со многими степенями свободы.
28. Малые диссипативные силы в системе со многими степенями свободы.
29. Вынужденные колебания системы со многими степенями свободы под действием произвольных вынуждающих сил. Решение в главных координатах.
30. Вынужденные колебания системы со многими степенями свободы под действием произвольных вынуждающих сил. Решение с помощью интеграла Дюамеля.
31. Вынужденные колебания под действием гармонических сил. Метод комплексных амплитуд. Резонанс.
32. Влияние малых диссипативных сил на резонансные колебания.
33. Динамическое гашение колебаний.
34. Критическая скорость вращающегося ротора.
35. Гироскопические силы. Дифференциальные уравнения движения гироскопических систем.
36. Собственные частоты и формы колебаний гироскопических систем.
37. Дифференциальные уравнения малых колебаний гироскопического маятника.

38. Решение дифференциальных уравнений малых колебаний гироскопического маятника.
39. Продольные колебания стержней. Волновое уравнение. Граничные и начальные условия.
40. Собственные частоты и формы продольных колебаний стержня. Ортогональность форм колебаний.
41. Собственные частоты и формы свободных колебаний стержня с массой на конце.
42. Вынужденные продольные колебания стержня; решение в виде ряда по формам свободных колебаний.
43. Учет сил сопротивления при продольных колебаниях стержня.
44. Дифференциальное уравнение изгибных колебаний стержня. Граничные и начальные условия.
45. Собственные частоты и формы изгибных колебаний стержня.
Ортогональность форм колебаний.
46. Вынужденные изгибные колебания стержня; решение в виде ряда по формам свободных колебаний.
47. Учет сил сопротивления при изгибных колебаниях стержня.

Литература

1. Бидерман В.Л. Теория колебаний механических систем. - М.: Высшая школа, 1980.
2. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1991.
3. Тимошенко С. П. Янг Д. Х. Колебания в инженерном деле. Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1985.
4. Ден - Гартог Дж. Механические колебания. Пер. с англ. М., 1960.