

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

На правах рукописи

**Гарбарук Андрей Викторович**

**Численное моделирование и анализ устойчивости  
пристеночных турбулентных течений**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук



Санкт-Петербург – 2020

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» в лаборатории «Вычислительная гидроаэроакустика и турбулентность» НТК ММиСУ ОНТИ.

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор **Стрелец Михаил Хаимович**

Официальные оппоненты:

**Исаев Сергей Александрович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией фундаментальных исследований, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации», город Санкт-Петербург.

**Циркунов Юрий Михайлович**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры плазмогазодинамики и теплотехники, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», город Санкт-Петербург.

**Утюжников Сергей Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией математического моделирования нелинейных процессов в газовых средах, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», город Москва.

Ведущая организация:

Федеральное государственное учреждение "Федеральный исследовательский центр **Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша** Российской академии наук", город Москва.

Защита состоится 8 декабря 2020 года в 16 часов на заседании диссертационного совета У.01.02.05 ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, корпус 1, 3й этаж, ауд. 348-8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте <http://www.spbstu.ru/science/>.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета У.01.02.05

кандидат физико-математических наук

Гусева Екатерина Константиновна

## **Общая характеристика работы**

В диссертации излагаются основные результаты почти двадцатилетней работы автора в области численного моделирования пристеночных турбулентных течений. В частности, в ней описаны разработанные им математические модели различного уровня полноты и представлены результаты выполненных с их использованием систематических численных исследований широкого круга пристеночных течений, представляющие большой методологический и практический интерес. Наряду с этим, в диссертации представлен комплекс пионерских исследований, посвященных линейному анализу устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса, включающий как построение соответствующих методов и вычислительных алгоритмов, так и их применение для определения условий возникновения трансзвукового бафтинга крыла.

### **Актуальность темы исследования и степень ее разработанности**

Проблема моделирования турбулентных течений является одной из немногих до сих пор нерешенных проблем механики жидкости и газа, над которой продолжает работать огромное число исследователей во всем мире. В результате, в этой области достигнуты значительные успехи, состоящие как в существенном усовершенствовании уже известных полуэмпирических моделей, так и в создании новых более точных и информативных подходов к описанию турбулентных течений. Однако «окончательное» решение данной проблемы, то есть создание инструмента, обеспечивающего точный расчет всех свойств турбулентных течений любого уровня сложности, может быть достигнуто лишь на основе прямого численного моделирования турбулентности, которое по самым оптимистичным прогнозам станет возможным лишь в XXII веке. В связи с этим, а также учитывая острую потребность многих ключевых отраслей промышленности в надежных данных по характеристикам самых разнообразных турбулентных течений, проблема повышения точности их расчета, на решение которой направлены исследования, представленные в диссертации, еще долгое время будет оставаться одной из наиболее актуальных и важных проблем теоретической и вычислительной механики жидкости и газа.

### **Цели и задачи работы**

**Основные цели** работы состоят в усовершенствовании методов моделирования пристеночных турбулентных течений и в применении разработанных методов для решения важных прикладных задач, связанных расчетом таких течений.

**Конкретными задачами**, которые решены в диссертации для достижения этих целей, являются:

- проведение аналитического обзора существующих методов численного моделирования пристеночных турбулентных течений и определение возможных путей их дальнейшего усовершенствования;

- расширение границ применимости и повышение надежности лучших из известных полуэмпирических моделей турбулентности для замыкания уравнений Рейнольдса;
- усовершенствование глобальных гибридных вихререзающих RANS-LES подходов на базе двухпараметрической  $k-\omega$  SST модели Ментера;
- разработка технологичных алгоритмов реализации зонных RANS-LES подходов при использовании неструктурированных сеток;
- всестороннее тестирование разработанных моделей и методов на основе сопоставления полученных с их использованием результатов с известными экспериментальными данными и результатами прямого численного моделирования;
- применение гибридных RANS-LES подходов для расчета ряда сложных пристеночных турбулентных течений, представляющих практический интерес;
- разработка методологии и построение алгоритмов для линейного анализа устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса, их верификация, тестирование и применение для определения условий возникновения трансзвукового бафтинга крыла.

### **Научная новизна**

1. Разработан ряд оригинальных модификаций двух наиболее успешных полуэмпирических моделей турбулентности для расчета пристеночных турбулентных течений, а именно, модели переноса турбулентной вязкости Спаларта-Аллмараса (SA модель) и двухпараметрической  $k-\omega$  SST модели Ментера (SST модель). В частности, предложены:
  - две нелинейные модели турбулентности (BSL EARSM и SST NL), предназначенные для повышения точности расчета течений, в которых существенную роль играет анизотропия рейнольдсовых напряжений;
  - новая поправка для учета влияния кривизны линий тока и вращения потока для модели SST (модель SST RC1);
  - модификация модели SST, обеспечивающая повышение точности расчета обтекания аэродинамических профилей при условиях близких к срыву потока (модель SST HL);
  - две модификации модели SA, обеспечивающие повышение точности расчета осесимметричных течений (модель SA TC) и пограничных слоев при низких значениях числа Рейнольдса (модель SA Low-Re).
2. Предложены важные усовершенствования существующих гибридных вихререзающих RANS-LES подходов к моделированию турбулентности, а именно:
  - предложены две модификации известных глобальных (незонных) методов DDES и IDDES на основе базовой SST модели, одна из которых повышает надежность

- предотвращения нежелательной активации LES-моды в присоединенных пограничных слоях, а другая позволяет без потери точности существенно упростить формулировку метода;
- выполнена адаптация двух эффективных методов ускорения перехода от полностью моделируемой к разрешенной турбулентности в оторвавшихся слоях смешения, разработанных для базовой SA модели, к гибридным RANS-LES подходам на базе SST модели;
  - разработана эффективная технология реализации одностадийного зонного RANS-LES подхода с использованием объемных источников в уравнениях переноса импульса и кинетической энергии турбулентности для генерации турбулентного контента на интерфейсе между RANS и LES зонами, применимая на произвольных (как структурированных, так и неструктурированных) сетках.
3. Разработана новая гибридная конечно-объемная схема для аппроксимации невязких составляющих векторов газодинамических потоков в рамках глобальных гибридных RANS-LES подходов, одновременно обеспечивающая устойчивость алгоритма и высокую точность разрешения турбулентных вихревых структур при расчете как присоединенных, так и отрывных пристеночных течений.
  4. С использованием гибридных вихререзающих RANS-LES подходов получены новые данные об аэродинамических/аэроакустических характеристиках ряда сложных пристеночных течений. В частности, рассмотрены:
    - поперечное обтекание тандема цилиндров;
    - обтекание трехэлементного аэродинамического профиля DLR-F15;
    - обтекание модельной конфигурации крыло – закрылок;
    - транс- и сверхзвуковое обтекание возвращаемого аппарата и отделяемого головного блока пилотируемого космического корабля в режимах взлета и аварийного отделения от ракеты-носителя.
  5. Разработан новый зонный RANS-DNS-IDDES подход, с помощью которого выполнен расчет трансзвукового обтекания выпуклости на цилиндрической поверхности, сопровождающегося формированием скачка уплотнения с последующим отрывом и присоединением пограничного слоя, на рекордной для России расчетной сетке 8.3 миллиарда узлов.
  6. Предложен новый подход к анализу глобальной устойчивости турбулентных течений, базирующийся на линейном анализе устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса, и разработаны соответствующая экономичная методология и численные алгоритмы, с помощью которых определены параметры потока, отвечающие началу трансзвукового бафтинга прямого и стреловидного крыльев бесконечного размаха.

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

**Теоретическая значимость** работы состоит:

- в разработке новых полуэмпирических моделей турбулентности и гибридных RANS-LES моделей;
- в изучении закономерностей ряда турбулентных течений, представляющих значительный теоретический интерес;
- в новом подходе к анализу глобальной устойчивости турбулентных течений и разработке соответствующей методологии для проведения линейного анализа устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса.

**Практическая значимость** работы состоит:

- в повышении точности расчета ряда важных с практической точки зрения течений в рамках уравнений Рейнольдса;
- в упрощении и повышении точности гибридных моделей DDES и IDDES на базе модели турбулентности SST;
- в разработке новой гибридной схемы для аппроксимации невязких составляющих газодинамических потоков, обеспечивающей повышение точности расчета в рамках глобальных гибридных RANS-LES подходов;
- в получении детальных расчетных данных по нестационарным аэроакустическим нагрузкам на элементы пилотируемого космического корабля при полете в плотных слоях атмосферы;
- в создании экономичной методологии определения условий начала трансзвукового бафтинга крыла и в получении соответствующих расчетных данных для различных аэродинамических профилей крыла.

## **Методология и методы исследования**

В диссертации применяется ставшая в настоящее время классической методология численного моделирования турбулентных течений, базирующаяся на полуэмпирической и статистической теориях турбулентности и на методах численного интегрирования систем дифференциальных уравнений в частных производных, выражающих общие законы сохранения массы, импульса и энергии в потоках вязкой жидкости и газа.

При этом в качестве основного вычислительного инструмента используется академический конечно-объемный CFD код “Numerical Turbulence Simulation” (NTS). Он прошел тщательную верификацию путем сравнения с известными аналитическими решениями и с результатами численных расчетов, полученными с помощью других известных кодов (ANSYS FLUENT и ANSYS CFX, DLR TAU, NOISEtte, SINF и др.) и на протяжении почти трех десятилетий успешно применяется для расчета турбулентных течений в рамках RANS, LES, DNS и гибридных RANS-LES подходов.

Наконец, для анализа устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса применяются методы классической линейной теории устойчивости. Поиск собственных значений и собственных векторов линейного дифференциального оператора осуществляется численно с дискретизацией на той же расчетной сетке, что и исследуемое решение.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Модификации известных полуэмпирических моделей турбулентности, обеспечивающие повышение их точности и/или расширение границ применимости:
  - две нелинейные модели, предназначенные для расчета течений, в которых существенную роль играет анизотропия рейнольдсовых напряжений (модели BSL EARSM и SST NL);
  - две модификации линейной модели SST, обеспечивающие повышение точности расчета обтекания аэродинамических профилей при условиях близких к срыву потока (модель SST HL), а также течений, в которых существенно проявляется влияние кривизны линий тока и вращения (модель SST RC1);
  - две модификации модели SA для повышения точности расчета осесимметричных течений (модель SA TC) и присоединенных пограничных слоев при низких числах Рейнольдса (модель SA Low Re).
2. Новые формулировки “глобальных” гибридных RANS-LES моделей DDES и IDDES на базе модели SST:
  - упрощение формулировок и исключение возможности активации LES-моды в присоединенных пограничных слоях;
  - новая незонная гибридная RANS-LES модель SST  $\sigma$ -DDES, обеспечивающая значительное ускорение формирования разрешаемых турбулентных структур в оторвавшихся слоях смешения.
3. Технология реализации зонных гибридных RANS-LES подходов, обеспечивающая возможность их использования на произвольных, в том числе неструктурированных сетках.
4. Новая гибридная численная схема, обеспечивающая устойчивость и низкую диссипативность вычислительного алгоритма в рамках глобальных гибридных RANS-LES подходов.
5. Полученные с использованием гибридных RANS-LES подходов новые количественные данные об аэродинамических и аэроакустических характеристиках ряда сложных пристеночных турбулентных течений:
  - поперечное обтекание тандема цилиндров;
  - обтекание трехэлементного аэродинамического профиля DLR-F15;
  - обтекание модельной конфигурации крыло – закрылок;
  - транс- и сверхзвуковое обтекание возвращаемого аппарата и отделяемого головного блока пилотируемого космического корабля.

6. Новый подход к анализу глобальной устойчивости турбулентных течений на основе линейного анализа устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса, реализующие этот подход методология и вычислительные алгоритмы, а также результаты их применения для определения условий начала трансзвукового бафтинга на прямых и стреловидных крыльях.

### **Степень достоверности и апробация результатов.**

**Достоверность результатов**, полученных в диссертации, обеспечивается:

- использованием математических моделей, основанных на фундаментальных законах сохранения механики жидкости и газа;
- проверкой отсутствия существенной зависимости полученных решений от расчетной сетки, шага интегрирования по времени (при расчете нестационарных течений) и размеров расчетной области, что гарантирует отсутствие значительных вычислительных погрешностей;
- хорошим согласованием результатов, полученных в диссертации с использованием NTS кода и с помощью кода ANSYS FLUENT, прошедшего независимую верификацию в огромном числе исследований;
- детальным физическим анализом полученных результатов, с одной стороны, и сравнением этих результатов с экспериментальными данными и результатами прямого численного моделирования, известными из литературы, с другой.

**Апробация результатов.** Основные результаты работы докладывались на следующих российских и международных конференциях и семинарах:

1. Европейская конференция по аэрокосмическим наукам EUCASS (2005, 2009, 2011).
2. Международный симпозиум “Global Flow Instability and Control” (Крит, Греция, 2005, 2009).
3. Международный симпозиум по гибридным RANS-LES подходам – HRLM (2005, 2009, 2011, 2014).
4. Школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (Россия, 2005, 2011, 2013, 2015, 2017).
5. 60th Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics (Солт-Лейк-Сити, США, 2007).
6. IUTAM symposium on Unsteady Separated Flows and their Control (Корфу, Греция, 2007).
7. Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах ICOC (Санкт-Петербург, Россия, 2008).
8. AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference (США, 2008, 2011).
9. Workshop on Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II (Пиза, Италия, 2009).
10. Международная конференция “Computational Experiment in Aeroacoustics” (Светлогорск, Россия, 2010, 2014, 2016, 2018).



11. AIAA-NASA Workshop on Benchmark Problems for Airframe Noise Computations - I BANC-I (Стокгольм, Швеция, 2010).
12. Симпозиум по безопасности ядерных реакторов CFD4NRS-4, (Тэчжон, Южная Корея, 2012).
13. Видеосеминар по аэромеханике ЦАГИ - ИТПМ СО РАН - СПбПУ - НИИМ МГУ (Санкт-Петербург, Россия, 2012, 2017).
14. International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena TSFP8 (Осака, Япония, 2013).
15. Международная молодежная конференция по физике и астрономии ФизикА.СПб (Санкт-Петербург, Россия, 2013, 2015, 2016, 2017).
16. European Conference on Computational Fluid Dynamics ECFD VI (Барселона, Испания, 2014).
17. Российская национальная конференция по теплообмену РНКТ (Москва, Россия, 2014, 2018).
18. International ERCOFTAC Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements ETMM (2014, 2016).
19. 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS (Крит, Греция, 2016).
20. Международная конференция «Суперкомпьютерные дни в России» (Москва, Россия, 2016).
21. Международная конференция «Современные проблемы теплофизики и энергетики» (Москва, Россия, 2017).
22. AIAA Fluid Dynamics Conference (Атланта, США, 2018).
23. XXV всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Санкт-Петербург, Россия, 2018).

### **Публикации по теме диссертации и личный вклад автора**

По материалам диссертации опубликована 62 работы, из них 18 работ в журналах и изданиях, включенных в Перечень ВАК, и 39 - в одну из баз данных и систем цитирования Web Of Science и/или Scopus.

Выносимые на защиту положения, результаты расчетов и их анализ принадлежат лично автору или получены при его определяющем участии. Все представленные в диссертации расчеты, за исключением явно указанного в разделе 2.3.1.5 случая, выполнены лично автором или под его непосредственным руководством.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Общий объем диссертации 284 стр., в том числе 269 рисунков и 20 таблиц; список литературы включает 435 наименований.

## Основное содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации и проведен анализ основных тенденций развития и современного состояния исследований в области моделирования и расчета пристеночных турбулентных течений. Этот анализ позволяет указать место комплекса исследований, представленных в диссертации, в общем ряду работ, посвященных решению данной проблемы. В конце введения кратко описана структура диссертации и содержание ее отдельных глав.

В **Главе 1** представлен аналитический обзор существовавших на момент начала исследований (нулевые годы текущего века) подходов к моделированию пристеночных турбулентных течений, состоящий из двух разделов. В первом из них (**раздел 1.1**) рассмотрены полуэмпирические модели турбулентности для замыкания уравнений Рейнольдса (*RANS* модели в англоязычной литературе), а во втором (**раздел 1.2**) - гибридные вихре-разрешающие модели (*Hybrid RANS-LES* модели или *HRLM*), базирующиеся на совместном использовании моделей *RANS* и метода моделирования крупных вихрей (*LES*).

Модели *RANS* на протяжении многих лет были и вплоть до настоящего времени остаются основным инструментом для расчета турбулентных течений при высоких (представляющих практический интерес) числах Рейнольдса. Поэтому их построению и применению посвящено огромное число исследований, проводившихся как отдельными учеными и научными группами, так и в рамках крупных международных программ. В результате, на протяжении XX века был разработан чрезвычайно широкий спектр более или менее успешных моделей такого типа. Однако их широкое применение и тщательное тестирование, которые стали возможными благодаря быстрому развитию вычислительной техники, показали, что все эти модели применимы лишь для того или иного ограниченного круга относительно простых течений (этот вопрос подробно обсуждается в разделе 1.1). Таким образом, к концу XX века был достигнут консенсус относительно невозможности создания универсальной *RANS* модели турбулентности, что, в свою очередь, перенаправило основные усилия исследователей с попыток построения такой модели на расширение областей применимости лучших из уже известных моделей путем их целенаправленного усовершенствования.

Второй характерной особенностью рассматриваемого периода, повлиявшей на развитие *RANS* моделей, стал неуклонный рост доли прикладных расчетов, проводимых с помощью коммерческих CFD пакетов, предназначенных, главным образом, для инженеров и проектировщиков. В связи с этим существенно возросли требования к вычислительной надежности моделей, то есть к возможности автоматического (без «ручного» подбора релаксационных параметров соответствующих итерационных процедур) получения сошедшихся стационарных решений уравнений Рейнольдса на сильно неизотопных структурированных и неструктурированных сетках, используемых при расчете течений со сложной геометрией. Это обстоятельство принималось во внимание при разработке усовершенствованных *RANS* моделей, представленных в Главе 2 диссертации.

**В разделе 1.2** обзора детально проанализированы две наиболее представительные группы гибридных вихреразрешающих RANS-LES моделей, а именно глобальные (незонные) HRLM (**раздел 1.2.1**), и зонные HRLM, базирующиеся на явном априорном разделении расчетной области на RANS- и LES-подобласти (**раздел 1.2.2**). И те, и другие модели в той или иной мере сочетают лучшие качества RANS и LES подходов и в настоящее время рассматриваются как единственная реальная альтернатива RANS моделям при расчете сложных отрывных турбулентных течений при представляющих практический интерес высоких числах Рейнольдса.

На основе анализа моделей первой группы сделан вывод о том, что наиболее высоким потенциалом среди них обладают так называемые «DES-подобные модели», то есть модели, построенные на базе метода моделирования отсоединенных вихрей (*Detached Eddy Simulation* или *DES*), предложенного в 1997 г. Наибольшее распространение среди таких моделей получили подходы *Delayed DES (DDES)* и *Improved DDES (IDDES)*, в которых устранены некоторые важные недостатки оригинальной версии метода *DES*, выявленные в результате его широкого применения, начавшегося в нулевые годы нынешнего века. Наиболее продвинутые формулировки *DDES* и *IDDES* базируются на новом («адаптированном к слоям смещения») определении подсеточного линейного масштаба турбулентности, который зависит не только от шагов вычислительной сетки, но и от локальных кинематических характеристик потока. Использование этого масштаба позволило решить одну из наиболее сложных проблем в области *DES*-подобных HRLM, состоящую в задержке формирования развитой трехмерной турбулентности в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смещения (одно из проявлений проблемы так называемой «серой области»). Однако в качестве базовой RANS модели в этих формулировках используется SA модель, которая, как известно, приводит к затягиванию отрыва потока, вызванного неблагоприятным градиентом давления, что, в свою очередь, влечет за собой значительное снижение точности расчета в целом. Поэтому разработка аналогичных HRLM на базе других RANS моделей, обеспечивающих более точное предсказание точки/линии отрыва, представляет большой практический интерес. Именно на решение этой задачи были направлены основные усилия автора диссертации в области усовершенствования *DES*-подобных HRLM.

В рамках второй группы HRLM, рассмотренной в разделе 1.2.2, вычислительно трудоемкий метод *LES* используется только в тех областях потока, которые заведомо не поддаются удовлетворительному описанию в рамках RANS или где требуется получение недоступной в RANS информации об актуальных пульсационных характеристиках турбулентности (например, задачи аэроакустики и аэроупругости). Модели этой группы являются более гибкими, чем глобальные *DES*-подобные методы, однако их использование требует от пользователя принятия нетривиальных решений относительно конфигурации RANS- и LES-подобластей расчетной области. Кроме того, в отличие от *DES*-подобных HRLM, в рамках зонных HRLM возникает проблема «сшивки» решений на границах раз-

личных подобластей. В этом отношении наиболее сложной является ситуация, когда поток направлен из RANS подобласти в лежащую вниз по потоку от нее LES подобласть. Это связано с принципиально разным способом описания турбулентности в рамках RANS и LES подходов. В частности, в RANS-подобласти весь спектр турбулентных структур моделируется и в решении содержится информация только об осредненных характеристиках потока и некоторых статистических параметрах турбулентности. Для того, чтобы обеспечить быстрый переход к LES-расчету, в котором основная часть турбулентных вихревых структур разрешается непосредственно («точно»), на входной границе LES подобласти необходимо создание искусственной (синтетической) турбулентности, то есть задание нестационарных пульсационных характеристик потока (в противном случае, в ней возникает протяженная переходная зона, в которой точность расчета значительно снижается). Это может быть сделано только на основе тех или иных приближенных предположений о пространственно-временной структуре турбулентности в окрестности RANS-LES интерфейса, от обоснованности которых зависит продолжительность процесса релаксации искусственно созданных пульсаций к «истинной» турбулентности, т.е. протяженность переходной зоны.

Наряду с отмеченной принципиальной проблемой, при программной реализации условий сшивки на границе RANS и LES подобластей возникают серьезные технологические трудности, поскольку эти условия существенным образом опираются на особенности используемого вычислительного кода (тип расчетной сетки и способ хранения данных). В результате, методы сшивки RANS и LES, ориентированные на один код, оказываются либо неприменимыми в других кодах, либо требуют их значительной переработки.

Анализ работ, посвященных решению данной проблемы (раздел 1.2.2), показал, что одним из наиболее эффективных способов генерации синтетической турбулентности является так называемый «искусственный форсинг» (*artificial forcing*) в буферной зоне, вводимой между RANS и LES подобластями. В этой зоне в уравнения переноса импульса и кинетической энергии турбулентности вводятся объемные нестационарные источники и/или стоки, которые должны обеспечить согласование статистических характеристик пульсаций (компонентов тензора напряжений Рейнольдса) на выходе из буферной зоны с соответствующими характеристиками на выходе из RANS подобласти. Главное преимущество этого подхода состоит в том, что при его использовании RANS-LES интерфейс никак не «привязан» к расчетной сетке (может не совпадать ни с одной сеточной поверхностью), что является принципиально важным при использовании неструктурированных сеток. Однако передача информации о статистических параметрах турбулентности из RANS подобласти в буферную зону представляет самостоятельную сложную задачу, одно из решений которой предложено в разделе 3.1.3 Главы 3.

В **Главе 2** представлены новые результаты, полученные в диссертации в области усовершенствования RANS моделей турбулентности. В ней приводятся математические

формулировки усовершенствованных моделей (раздел 2.1), численные методы, используемые для их реализации (раздел 2.2), и результаты верификации и тестирования (раздел 2.3).

Первые две из предложенных модификаций RANS моделей (модель BSL EARSM и нелинейная версия  $k$ - $\omega$  SST модели, модель SST NL) предназначены для повышения точности расчета течений, в которых существенную роль играет анизотропия рейнольдсовых напряжений. К ним, в частности, относятся течения в двухгранных углах (например, в области сопряжения крыла с фюзеляжем, в местах крепления турбинных лопаток, в каналах прямоугольного поперечного сечения и др.). Третья модификация  $k$ - $\omega$  SST модели (модель SST RC1) расширяет границы ее применимости для течений, в которых существенным образом проявляется влияние на турбулентность кривизны линий тока и вращения потока (течения в искривленных каналах, вихревые следы и т.д.). Наконец, четвертая модификация (модель SST HL) обеспечивает значительное повышение ее точности при расчете обтекания аэродинамических профилей при условиях, близких к срыву потока (при углах атаки, обеспечивающих наибольшую подъемную силу).

Также в диссертации предложены две модификации, расширяющие границы применимости модели SA, которая, как и модель SST, широко используется при решении задач аэродинамики. Первая из них (модель SA TC) обеспечивает значительное повышение точности оригинальной версии модели SA при расчете осесимметричных течений (например, затопленной круглой струи), а вторая (модель SA-Low-Re) – при расчете течений в присоединенных пограничных слоях при относительно низких числах Рейнольдса, что является важным для некоторых приложений.

Предложенные модели были имплементированы в двух CFD кодах: в коде NTS (*Numerical Turbulence Simulation*) лаборатории «Вычислительная аэроакустика и турбулентность» СПбПУ и в коммерческом коде ANSYS FLUENT (в форме пользовательских утилит). Некоторые детали этих кодов применительно к RANS расчетам также представлены в разделе 2.2.

Сравнение результатов расчетов ряда течений, полученных с помощью обоих кодов, показало, что они практически совпадают. С учетом ряда принципиальных различий этих кодов, это является убедительным свидетельством корректности программной реализации разработанных моделей. Кроме того, модель BSL EARSM была независимо имплементирована разработчиками кодов ANSYS CFX<sup>1</sup>, NUMECA<sup>2</sup> и кода ФГУП ЦАГИ<sup>3</sup> на основе опубликованной версии данной модели. Полученные с ее помощью результаты

---

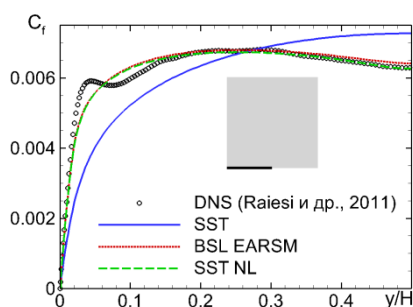
<sup>1</sup> Menter F.R., Garbaruk A.V., Egorov Y. Explicit Algebraic Reynolds Stress Models for Anisotropic Wall-Bounded Flows // EUCASS – 3rd European Conference for Aero-Space Sciences. 2009

<sup>2</sup> Mehdizadeh O.Z., Temmerman L., Tartinville B., Hirsch C. Applications of EARSM turbulence models to internal flows // Proceedings of ASME Turbo Expo 2012 GT2012-68886. 2012.

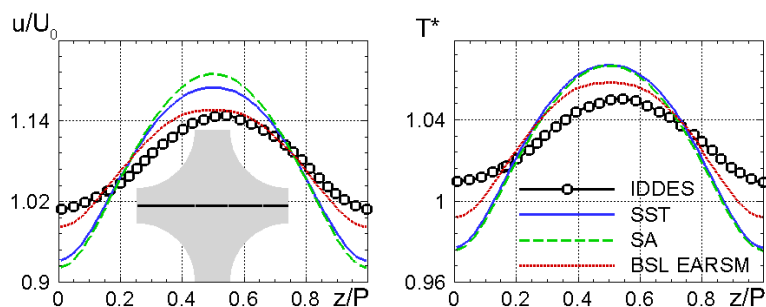
<sup>3</sup> Troshin A.I., Vlasenko V.V., Wolkov A.V. Implementation of EARSM turbulence model within discontinuous Galerkin method // 29 Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. 2014.

расчетов сравнивались с опубликованными в литературе результатами автора, полученными с использованием кода NTS, и во всех случаях констатировалась их близость.

Тестирование разработанных моделей (раздел 2.3 диссертации) проводилось в два этапа. На первом из них проверялось, не приводят ли предложенные усовершенствования базовых моделей SST и SA к непредвиденному снижению точности расчета канонических турбулентных пристеночных течений, на которых проводилась их калибровка. На втором (основном) этапе были выполнены расчеты более двух десятков турбулентных течений различного уровня сложности, применительно к которым разработанные модели должны обеспечивать более высокую точность, чем соответствующие базовые модели. Полученные при этом результаты сравнивались с имеющимися в литературе экспериментальными данными, с доступными результатами прямого численного моделирования и с результатами, полученными автором с использованием оригинальных версий моделей SST и SA. Некоторые примеры такого сравнения, представленные на Рис. 1 - Рис. 6, убедительно свидетельствуют о существенных преимуществах модифицированных моделей. Следует также подчеркнуть, что с вычислительной точки зрения все предложенные модификации не влекут за собой снижения скорости сходимости к стационарному решению и не приводят к сколько-нибудь заметному увеличению времени расчета по сравнению с базовыми моделями.

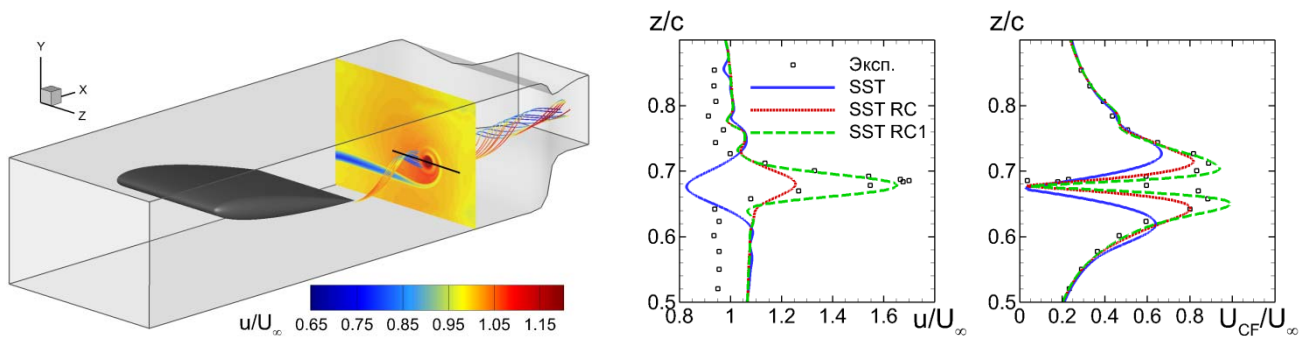


**Рис. 1. Сравнение распределений коэффициента трения вдоль стенки квадратного канала, рассчитанных с помощью предложенных моделей, модели SST и DNS.**

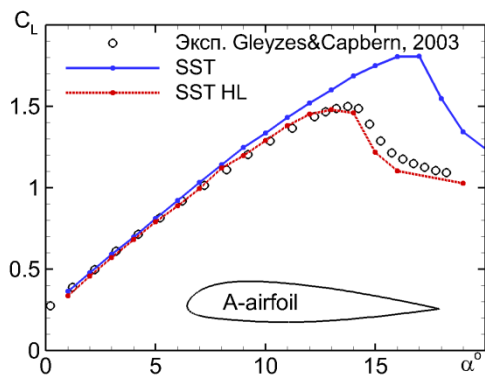


**Рис. 2. Сравнение профилей скорости и температуры в центральном сечении межстержневого канала, рассчитанных с использованием предложенной модели BSL EARSIM, с расчетами по моделям SA и SST и с результатами выполненного в настоящей работе расчета на основе метода IDDES.**

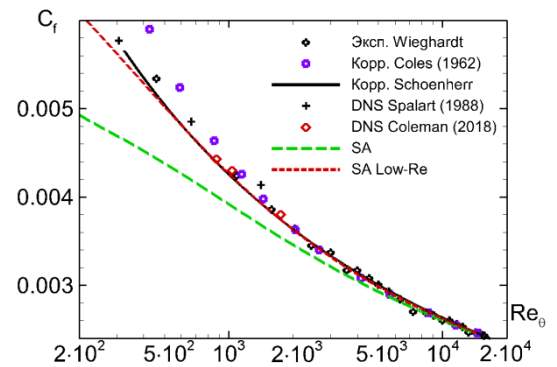
В **Главе 3** представлены результаты исследований автора в области гибридных RANS-LES подходов к моделированию турбулентности. В ее первом разделе (**раздел 3.1**) приведены математические формулировки предложенных в диссертации моделей такого типа, в **разделе 3.2** описан численный метод, используемый для реализации этих моделей, а в **разделе 3.3** представлены результаты их тестирования.



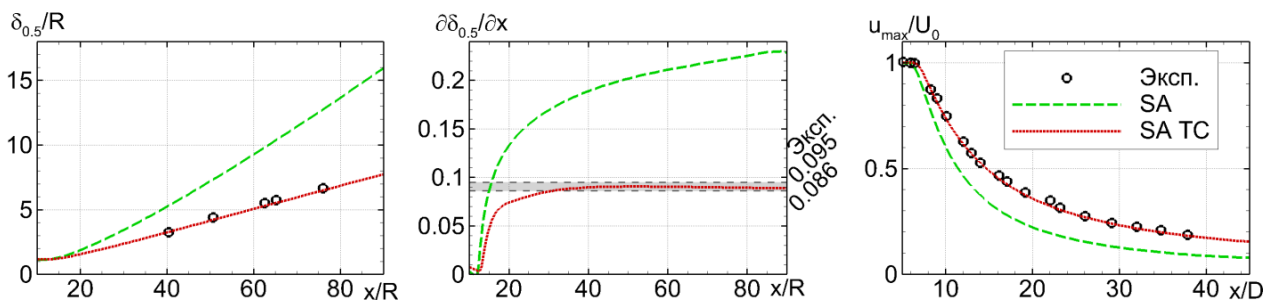
**Рис. 3.** Поле скорости в концевом вихре, полученное с использованием предложенной модели SST RC1 (слева), и сравнение профилей продольной и окружной составляющих скорости на расстоянии  $0.68c$  от задней кромки крыла, полученных с использованием этой модели и моделей SST и SST RC<sup>4</sup>, с экспериментальными данными Chow и др., 1997.



**Рис. 4.** Сравнение зависимостей коэффициента подъемной силы от угла атаки для крылового профиля A-airfoil, рассчитанных с использованием предложенной модели SST HL и с помощью базовой модели SST, с экспериментальными данными.



**Рис. 5.** Сравнение зависимостей коэффициента трения на плоской пластине от числа Рейнольдса, рассчитанных с использованием предложенной модели SA Low-Re и с помощью базовой SA модели, с экспериментом, экспериментальными корреляциями и с результатами DNS.



**Рис. 6.** Сравнение результатов расчетов затопленной круглой струи, полученных с использованием предложенной модели SA TC и с помощью базовой модели SA, с экспериментальными данными Albertson и др., 1948.

<sup>4</sup> Smirnov P.E., Menter F.R. Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart–Shur Correction Term // Journal of Turbomachinery, Vol. 131, 2009. P. 041010.

В частности, в **разделе 3.1.1** описаны уточненные формулировки оригинальных версий DDES и IDDES, в которых была выполнена рекалибровка входящей в них эмпирической константы  $C_{d1}$  применительно к базовой модели SST (в оригинальных версиях DDES и IDDES эта калибровка была выполнена для базовой SA модели и полученное значение константы составляет  $C_{d1} = 8$ ). Существенный положительный эффект предложенного изменения указанной константы (от нее зависит эффективность предотвращения активации LES моды в присоединенных пограничных слоях) наглядно иллюстрирует Рис. 7. Из него видно, что при использовании значения  $C_{d1} = 20$ , полученного в результате рекалибровки, отклонение кривой распределения коэффициента трения вдоль плоской пластины, полученного с помощью SST DDES, от кривой, рассчитанной с использованием SST RANS, начинается при гораздо более высоком локальном числе Рейнольдса, чем при  $C_{d1} = 8$ , а сама величина отклонения становится гораздо меньше.

Вторая модификация модели SST IDDES, описанная в том же разделе, состоит в ее значительном упрощении без сколько-нибудь заметного снижения точности.

В **разделе 3.1.2** сформулированы новые (адаптированные к модели SST) формулировки двух наиболее эффективных методов ускорения перехода к развитой трехмерной турбулентности в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смешения в рамках DES-подобных HRLM (SST версия модели  $\sigma$ -DDES и SST DDES в сочетании с линейным подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , адаптированным к слоям смешения).

Наконец, в **разделе 3.1.3** описана технология, открывающая возможность реализации зонных HRLM, базирующихся на генерации искусственной турбулентности на входе в LES-подобласть расчетной области путем добавления в уравнения переноса импульса и кинетической энергии турбулентности специальным образом сконструированных объемных источников (*volumetric source* - VS), не только на структурированных, но и на неструктурированных расчетных сетках. Ключевым элементом этой технологии является использование в зоне VS гибридной *алгебраической* модели, что позволяет использовать уравнения переноса статистических характеристик турбулентности  $k$  и  $\omega$  для задания масштабов искусственной турбулентности, генерируемой в этой зоне.

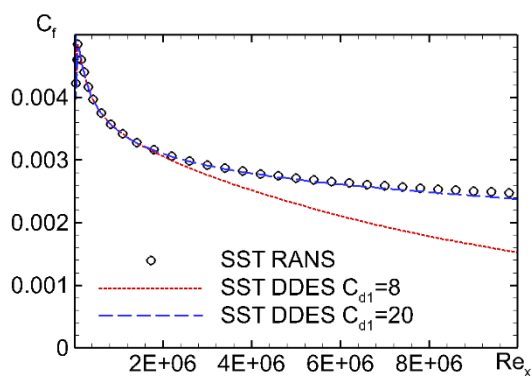
В **разделе 3.2** представлена новая схема для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в уравнениях переноса импульса и энергии в рамках глобальных HRLM, которая была построена в ходе работы над диссертацией и реализована в NTS коде. Основное отличие этой схемы от наиболее популярного в настоящее время семейства схем, базирующихся на идее взвешивания низкодиссипативных центрально-разностных и высокоустойчивых противопоточных схем с весовой функцией, обеспечивающей преобладание центрально-разностной схемы в области LES и противопоточной схемы в области RANS<sup>5</sup>, состоит в следующем. Вместо чисто противопоточной схемы в ней используется

---

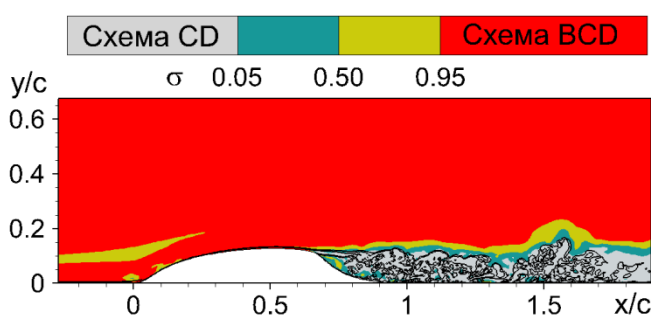
<sup>5</sup> Travin A., Shur M.L., Strelets M.K., Spalart P.R. Physical and Numerical Upgrades in the Detached-Eddy of Complex Turbulent Flows // In: Advances in LES of Complex Flows. 2002. pp. 239-254.



схема BCD<sup>6</sup>, которая сама по себе является взвешенной и применяется в некоторых CFD кодах, в том числе в ANSYS Fluent, для проведения расчетов в рамках глобальных HRLM. В результате, как видно из Рис. 8, итоговая схема (ее подробное описание приведено в диссертации) автоматически обеспечивает преобладание схемы BCD в тех областях потока, где активной является RANS мода HRLM (присоединенные пограничные слои в отсутствие турбулентного контента) и во внешнем (невязком) потоке. При этом в присоединенных пограничных слоях при наличии турбулентного контента и в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смешения (включая их начальный участок) преобладающей оказывается низко-диссипативная центрально-разностная схема.



**Рис. 7.** Влияние константы  $C_{d1}$  на результаты расчета пограничного слоя на плоской пластине.



**Рис. 8.** Мгновенное поле весовой функции  $\sigma$  и изолинии модуля завихренности из расчета обтекания выпуклости на поверхности.  $\sigma = 0$  – центрально-разностная схема,  $\sigma = 1$  – схема BCD.

Последний раздел главы 3 (**раздел 3.3**) посвящен валидации предложенных усовершенствований HRLM путем сравнения полученных с их помощью результатов с результатами DNS и/или с экспериментальными данными, а также демонстрации их преимуществ перед базовыми моделями.

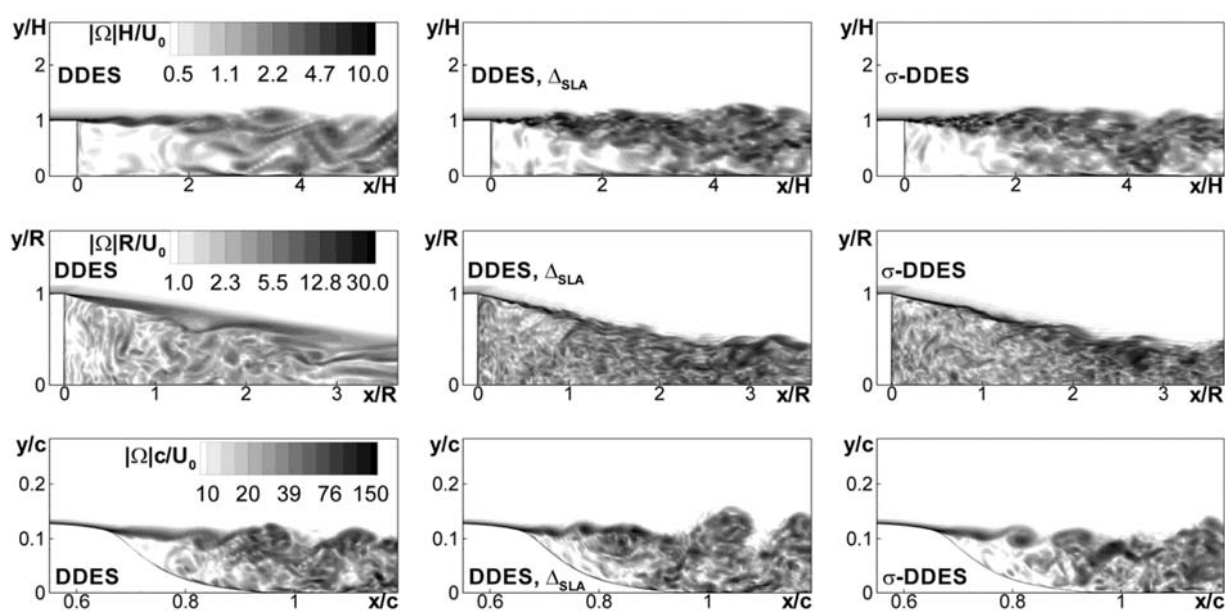
В частности, на примере применения упрощенной версии метода IDDES на базе SST модели для расчета развитого турбулентного течения в плоском канале показано, что предложенное упрощение его оригинальной версии (**раздел 3.3.1**) не влечет за собой какого-либо заметного снижения точности расчета.

Оценка эффективности предложенных версий DDES, предназначенных для ускорения формирования развитых турбулентных структур в оторвавшихся слоях смешения (так называемого «вторичного перехода к турбулентности»), проводилась на примере расчета течения в канале с внезапным расширением, сверхзвукового продольного обтекания цилиндра с плоским донным срезом и обтекания гладкой выпуклости на плоской поверхности (**раздел 3.3.2**). В первых двух течениях имеет место фиксированный, а в третьем - нефиксированный отрыв потока. Все эти течения являются общепринятыми те-

<sup>6</sup> Jasak H., Weller H.G., Gosman A.D. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes // Int. J. Numer. Methods Fluids, Vol. 31, No. 2, 1999. pp. 431–449.

стами DES-подобных HRLM и широко используются в литературе для валидации моделей данного типа. Полученные результаты убедительно свидетельствуют о том, что предложенные модели (модель SST  $\sigma$ -DDES и SST DDES в сочетании с линейным подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, - модель SST DDES  $\Delta_{SLA}$ ) действительно обеспечивают значительное ускорение формирования развитой трехмерной турбулентности после отрыва пограничного слоя от обтекаемой поверхности. Подтверждающие этот вывод результаты расчетов представлены на Рис. 9, на котором показаны визуализации рассмотренных течений из расчетов с использованием стандартного метода SST DDES и предложенных его модификаций.

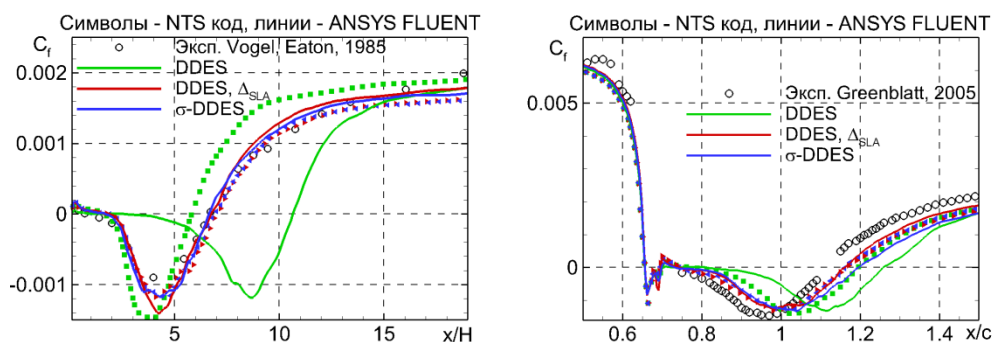
Из Рис. 9 видно, в частности, что при использовании оригинальной версии SST DDES во всех рассмотренных течениях наблюдается значительная задержка развития трехмерных структур в оторвавшихся слоях смешения: на достаточно протяженном начальном участке (например, для канала с внезапным расширением его длина составляет около  $2H$ ) такие структуры по существу отсутствуют. В противоположность этому, оба предложенных метода ускорения RANS-LES перехода обеспечивают их появление практически сразу за точкой отрыва. Кроме того, при использовании усовершенствованных методов достигается также разрешение заметно более мелких турбулентных структур в зоне рециркуляции и в области релаксации турбулентного пограничного слоя вниз по потоку от точки присоединения.



**Рис. 9. Мгновенные поля модуля завихренности в плоскости XY. Сверху вниз: течение в канале с внезапным расширением, сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с плоским донным срезом и обтекание выпуклости на плоской поверхности.**

Достигаемое благодаря этому повышение точности расчета по сравнению с оригинальным методом DDES наглядно демонстрирует Рис. 10. Следует отметить, что сравнение результатов расчетов, полученных с использованием кодов NTS и ANSYS FLUENT,

также представленное на этом рисунке, свидетельствует о том, что в отличие от результатов стандартного DDES, результаты  $\sigma$ -DDES и DDES  $\Delta_{SLA}$  практически не зависят от используемого кода. Это объясняется тем, что длина переходного участка, формирующегося в рамках DDES, очень чувствительна к диссипативным свойствам используемой численной схемы, а предложенные модификации DDES практически исключают возникновение этого участка.



**Рис. 10.** Сравнение расчетных распределений коэффициента трения за уступом (слева) и вдоль гладкой выпуклости на плоской поверхности (справа), полученных с помощью кодов NTS и ANSYS FLUENT, с экспериментальными данными.

Наконец, в заключительном разделе главы 3 (**раздел 3.3.3**) приведены результаты тестирования предложенного зонного подхода с использованием объемного источника турбулентности, сформулированного в разделе 3.1.3, на примере расчета сжимаемого ( $M_\infty = 0.5$ ) пограничного слоя на плоской пластине.

**Глава 4** посвящена применению гибридных RANS-LES подходов для расчета сложных пристеночных течений, некоторые из которых рассмотрены впервые. Полученные при этом результаты наглядно демонстрируют возможности HRLM и их важные преимущества по сравнению с уравнениями Рейнольдса.

В **разделе 4.1** рассмотрено поперечное обтекание тандема цилиндров. В этом течении наблюдается ряд сложных физических явлений, характерных для обтекания многих реальных конфигураций, содержащих два и более тел (шасси самолета, механизированное крыло и т. п.). К ним относятся: отрыв турбулентного пограничного слоя от первого цилиндра тандема, формирование за ним нестационарного турбулентного следа, его взаимодействие со вторым цилиндром, сопровождающееся последующим обширным отрывом потока от его поверхности. Как показано в ряде работ (и подтверждается результатами, полученными в диссертации), существующие RANS-модели не способны обеспечить приемлемой точности расчета даже средних параметров данного течения. В то же время, как видно из Рис. 11 и Рис. 12, использование метода IDDES позволяет не только описать исключительно сложную структуру турбулентности в этом течении и рассчитать его осредненные параметры, но и с высокой точностью предсказать его пульсационные характеристики, в частности, интенсивность пульсаций давления на обтекаемой поверхности.

В разделах 4.2 и 4.3 представлены примеры применения разработанных в диссертации подходов для решения задач обтекания многоэлементных аэродинамических профилей, используемых для повышения подъемной силы крыла при взлете и посадке.

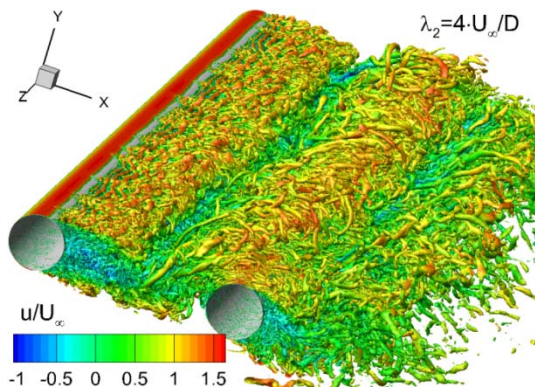


Рис. 11. Мгновенная изоповерхность величины закрутки  $\lambda_2 = 4$  из IDDES при  $L_z/D = 16$ .

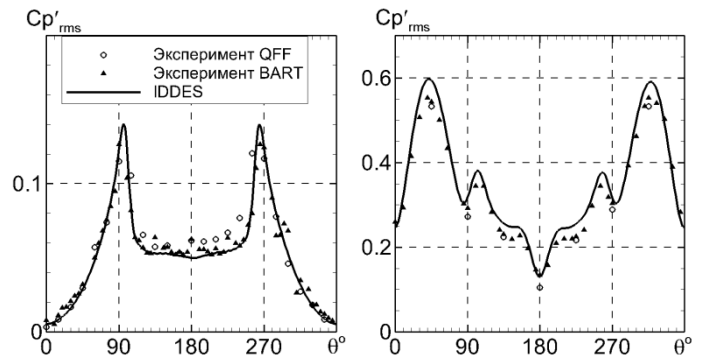


Рис. 12. Сравнение распределений средне-квадратичных пульсаций давления по поверхности переднего (слева) и заднего (справа) цилиндров, полученных методом IDDES, с экспериментальными данными.

В частности, в разделе 4.2 приведены результаты расчетов обтекания трехэлементного крылового профиля DLR-F15, полученные с использованием представленной в разделе 3.1.1 модификации метода SST IDDES. Из Рис. 13 видно, что, как и в предыдущем примере, гибридный подход обеспечивает не только адекватное воспроизведение сложной структуры турбулентности в потоке, но и заметно лучшее, чем SST RANS, согласование с экспериментом по его осредненным характеристикам (это преимущество проявляется, главным образом, в области предкрылка и начального участка основного крыла).

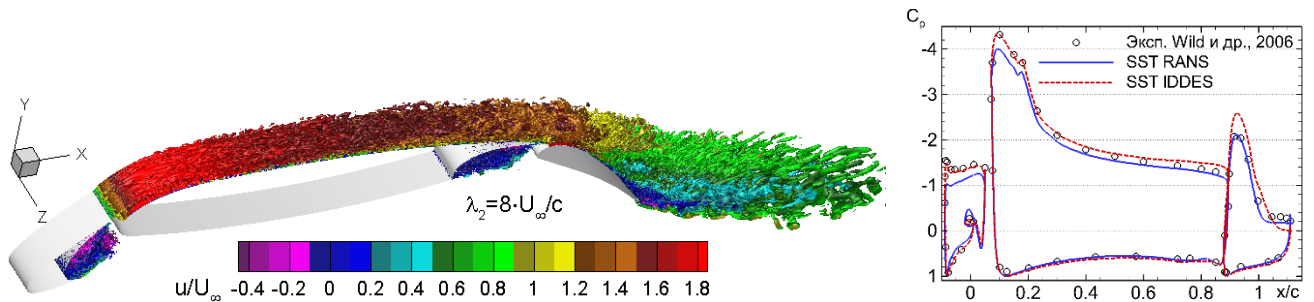
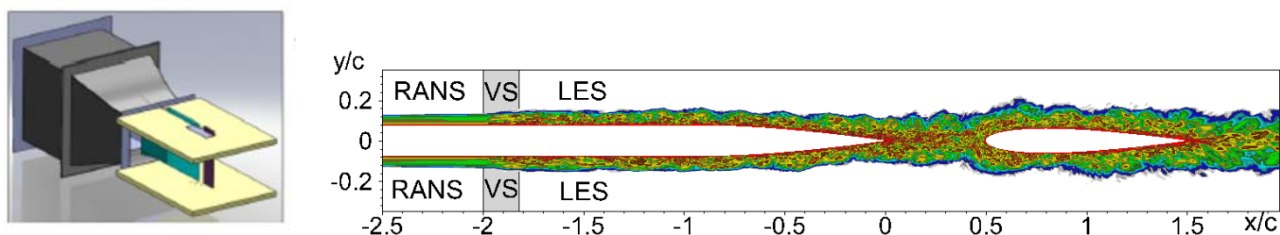


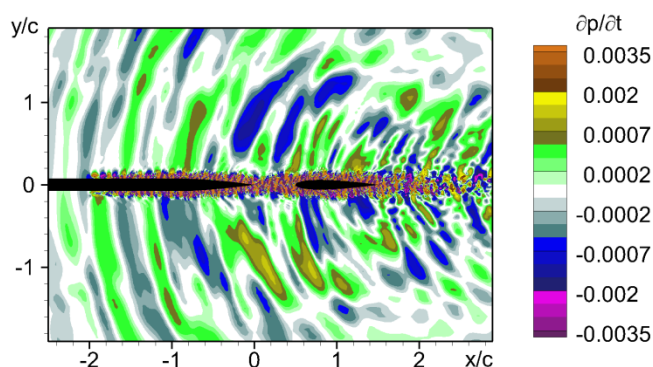
Рис. 13. Мгновенная изоповерхность величины закрутки и сравнение распределения коэффициента давления по поверхности трехэлементного профиля DLR-F15, полученного разработанным методом SST IDDES, с результатами SST RANS и экспериментальными данными.

В разделе 4.3 представлен пример применения разработанного в диссертации зонного RANS-LES подхода (см. раздел 3.1.3) для решения задач аэроакустики. В нем рассматривается обтекание модельной конфигурации крыло - закрылок, которая изучалась в рамках проекта Европейского союза VALIANT. В этой модельной конфигурации основное крыло представлено длинной пластиной конечной толщины с острой задней кромкой, а закрылок – аэродинамическим профилем NACA0012 (см. схему экспериментальной

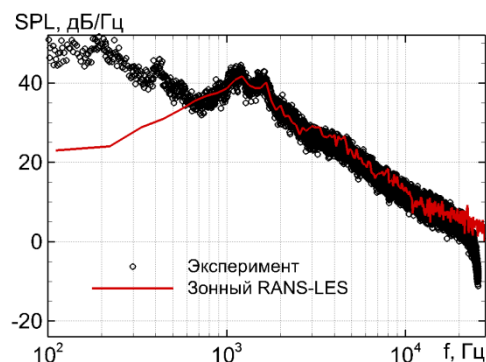
установки<sup>7</sup> на Рис. 14). Как видно из визуализации течения (Рис. 14, справа), предложенный подход обеспечивает быстрое формирование разрешенных турбулентных структур в зоне VS на входной границе LES подобласти. В то же время, при этом не наблюдается генерации ложного шума (см. визуализацию звуковых волн на Рис. 15), являющейся характерным недостатком многих других способов создания искусственного турбулентного контента на входной границе LES. Расчетные спектры шума в дальнем поле, полученные с использованием метода FWH<sup>8</sup> (Рис. 16), хорошо согласуются с результатами измерений в диапазоне  $700 \text{ Гц} < f < 10 \text{ кГц}$  (различие с экспериментом при  $f < 700 \text{ Гц}$  связано с наличием низкочастотного фонового шума аэродинамической трубы).



**Рис. 14.** Схема экспериментальной установки (слева) и расчетная визуализация течения (мгновенное поле модуля завихренности), показывающая также положение зоны объемного источника (VS).



**Рис. 15.** Мгновенное поле производной давления по времени в акустическом диапазоне.



**Рис. 16.** Сравнение с экспериментом спектров шума в дальнем поле, рассчитанных с использованием метода FWH.

Результаты расчетов, представленные в **Разделе 4.4**, иллюстрируют широкие возможности, открываемые гибридными RANS-LES подходами, вообще, и их версиями, разработанными в диссертации, в частности, при решении задач аэрокосмической техники. В качестве примеров в нем рассмотрен ряд задач такого типа, а именно, задачи, связанные с расчетом нестационарных аэродинамических и аэроакустических нагрузок на элементы пилотируемых космических кораблей.

<sup>7</sup> Lemoine B., Roger M., Legriffon I. Aeroacoustics of a model non-lifting wing-flap system in a parallel flow // AIAA Paper 2011–2735, 2011.

<sup>8</sup> Ffowcs Williams J.E., Hawkins D.L. Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Unsteady Motion // Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. A264, No. 1151, 1969. pp. 321-342.

В разделе 4.4.1 представлен расчет транзвукового обтекания возвращаемого космического аппарата с использованием DDES, в разделе 4.4.2 – расчет обтекания космической головной части корабля на участке выведения с использованием зонного двухстадийного метода IDDES, а в разделе 4.4.3 – расчет обтекания пилотируемого космического корабля при аварийном отделении головного блока от ракеты-носителя с помощью зонного двухстадийного DDES подхода в сочетании с адаптированным к слоям смешения подсеточным линейным масштабом  $\Delta_{SLA}$ .

В качестве примера на Рис. 17 показаны визуализации обтекания космической головной части при транзвуковом режиме полета ( $M_\infty = 0.85$ ) из двухстадийного IDDES расчета. Эти визуализации убедительно свидетельствуют о том, что данный подход адекватно описывает как исключительно сложную вихревую, так и ударно-волновую структуру рассматриваемого течения. В диссертации приведены также количественные данные о нестационарных нагрузках на обтекаемую поверхность, которые возникают при взаимодействии с ней турбулентных структур, формирующихся в пограничном слое на поверхности блока аварийного спасения и в следах за его соплами, при их различном расположении, числах Маха и углах атаки.

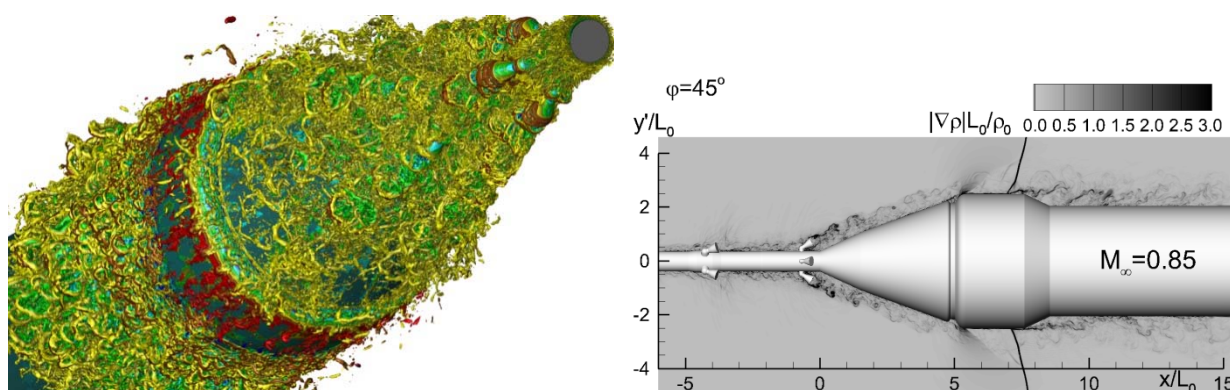
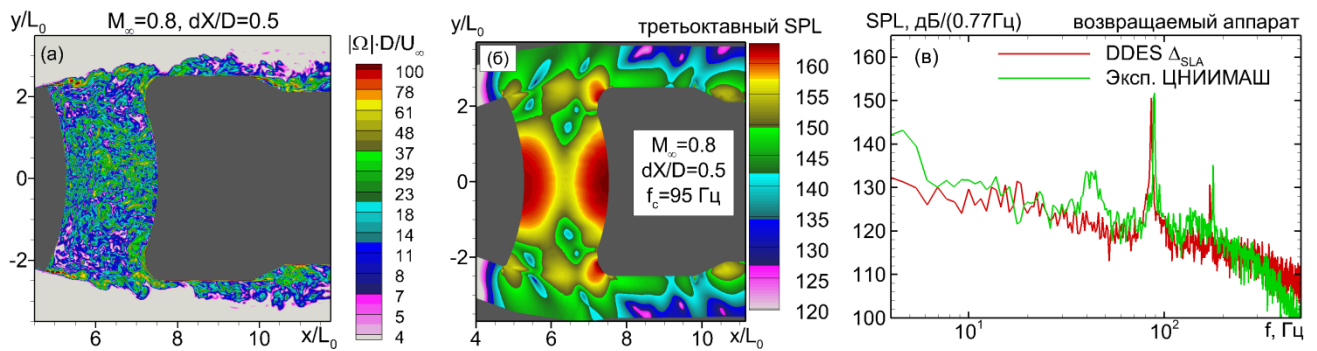


Рис. 17. Визуализация обтекания космической головной части при  $M_\infty = 0.85$ : изоповерхность закрутки и мгновенные поля градиента плотности («численная шлирен-картина»).

Еще один пример, который подтверждает высокую эффективность предложенных методов ускорения перехода от RANS к LES в рамках метода SST-DDES при расчете экстренного отделения головного блока пилотируемого космического корабля, представлен на Рис. 18. Как видно из Рис. 18а, в оторвавшемся от кромки возвращаемого аппарата слое смешения быстро формируются трехмерные турбулентные структуры. В диссертации показано, что при транзвуковых режимах полета на начальной стадии процесса отделения в образовавшемся зазоре между возвращаемым аппаратом и обтекателем двигательного отсека ракеты-носителя формируется стоячая звуковая волна и возникают автоколебания давления большой амплитуды (см. Рис. 18б). Это, в свою очередь, влечет за собой рост акустической нагрузки в центре лобовой поверхности возвращаемого аппарата до 165 дБ и появление в спектрах пульсаций давления на поверхности ярко выраженных тонов с частотами от 80 Гц до 160 Гц (их наличие подтверждается экспериментальными исследованиями – см. Рис. 18в).



**Рис. 18.** Поля модуля завихренности (а) и интенсивности пульсаций давления в зазоре между головной частью и обтекателем двигательного отсека ракеты-носителя (б), а также сравнение расчетного и экспериментального спектров давления на поверхности возвращаемого аппарата (в).

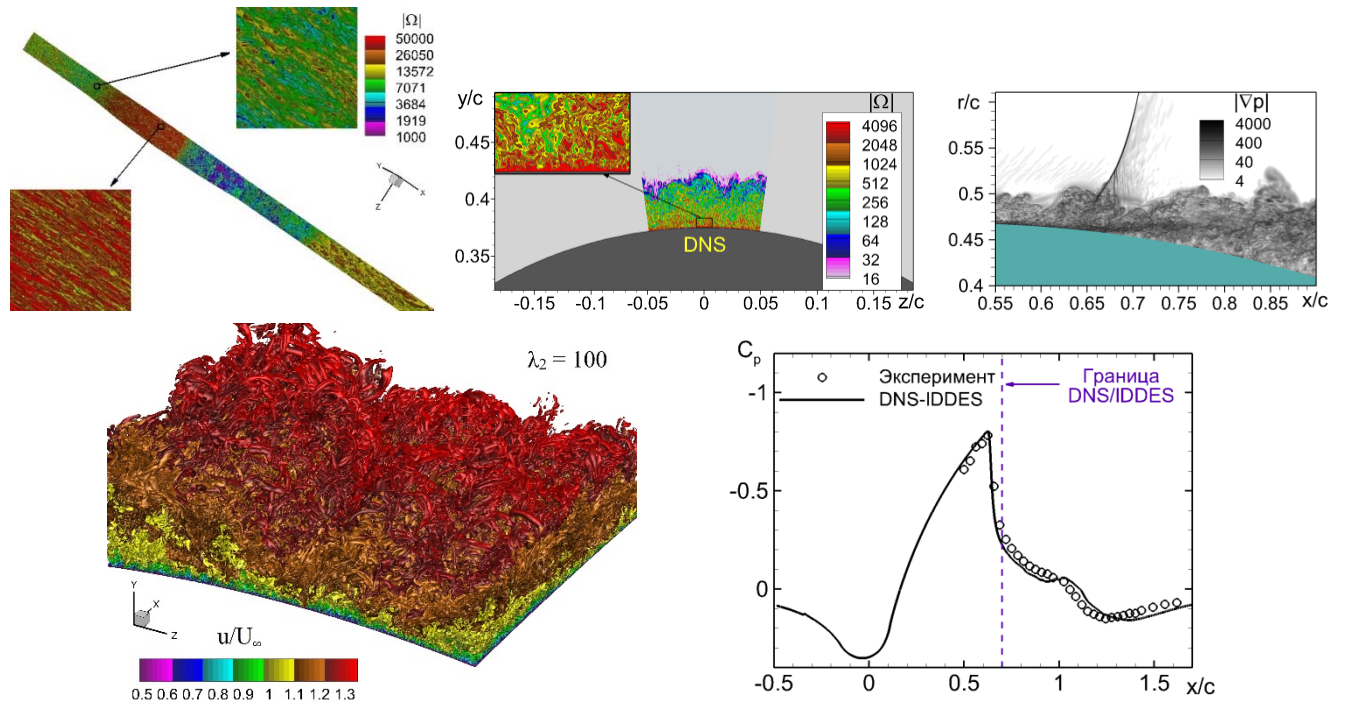
В заключительном **разделе 4.5** главы 4 представлены результаты расчетов трансзвукового продольного обтекания цилиндра с осесимметричным утолщением, соответствующего известному эксперименту Bachalo-Johnson<sup>9</sup>. Расчеты этого течения, характерной особенностью которого является формирование скачка уплотнения, приводящего к отрыву пограничного слоя, были выполнены как с использованием зонного метода RANS-IDDES, так и в рамках зонной RANS-DNS-IDDES процедуры, для реализации которой использовалась сетка размером 8.3 миллиарда узлов<sup>10</sup>. Некоторые результаты этих расчетов представлены на Рис. 19. Этот рисунок иллюстрирует качественное изменение формы пристеночных турбулентных структур при перемещении вдоль обтекаемой поверхности (при переходе из области нулевого градиента давления в область ускорения потока перед выпуклостью и затем в области взаимодействия пограничного слоя со скачком уплотнения, его отрыва и присоединения к обтекаемой поверхности). Кроме того, он дает наглядное представление об исключительно малых размерах вихревых структур, разрешаемых в расчете, и о достигнутой точности предсказания параметров осредненного течения.

В **главе 5** диссертации представлены результаты серии пионерских работ автора, посвященных применению методов классической линейной теории устойчивости (ЛТУ) к исследованию глобальной устойчивости турбулентных течений путем линейного анализа устойчивости соответствующих стационарных решений уравнений Рейнольдса. Следует отметить, что обоснованность такого применения ЛТУ априори не очевидна, поскольку даже в тех случаях, когда используемая полуэмпирическая модель турбулентности обеспечивает хорошее согласование стационарного RANS решения с экспериментом, ошибка в определении границ устойчивости рассматриваемого течения может быть весьма значительной. Это связано с тем, что ЛТУ базируется на не имеющем строгого

<sup>9</sup> Bachalo, W.D., Johnson, D.A. Transonic, Turbulent Boundary-Layer Separation Generated on an Axisymmetric Flow Model // AIAA Journal, v. 24, No. 3, 1986. pp. 437-443.

<sup>10</sup> На момент проведения данного расчета эта сетка была самой большой в аэродинамических расчетах, выполненных в России и, насколько известно автору, этот рекорд не превзойден вплоть до настоящего времени.

обоснования предположении о том, что используемая модель турбулентности применима не только для описания статистически стационарного турбулентного потока в рамках стационарных уравнений Рейнольдса, но и для предсказания развития в нем нестационарных процессов на основе нестационарных уравнений Рейнольдса. Данное обстоятельство необходимо учитывать при трактовке полученных результатов.



**Рис. 19.** Мгновенное поле модуля завихренности на поверхности и в пограничном слое в окрестности миделя утолщения, поле градиента давления в окрестности скачка уплотнения (верхний ряд), фрагмент изоповерхности величины закрутки  $\lambda_2 = 100$  и сравнение распределения коэффициента давления из RANS-DNS-IDDES расчета с экспериментом (нижний ряд).

Раздел 5.1 содержит подробное описание разработанного подхода, предназначенного для анализа устойчивости стационарных решений полных уравнений Рейнольдса для сжимаемого газа, замкнутых с помощью SA модели. Математически задача, которую необходимо решить в рамках этого подхода, сводится к решению обобщенной задачи на собственные значения линейного дифференциального оператора второго порядка  $L(\bar{\mathbf{q}})$ :

$$-i\omega\tilde{\mathbf{q}} + L(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad (1)$$

полученного в результате линеаризации исходных уравнений RANS, включая уравнение переноса модифицированной турбулентной вязкости SA модели. Здесь вектор  $\bar{\mathbf{q}}$  представляет собой стационарное («базовое») решение RANS, устойчивость которого подлежит исследованию,  $\tilde{\mathbf{q}}$  – комплексный вектор амплитуд возмущений,  $\omega$  – их комплексная частота, а  $i$  – мнимая единица.



Результатом решения данной задачи является набор собственных чисел, вещественные части которых представляют собой частоты соответствующих возмущений, а мнимые – скорости их экспоненциального роста или затухания, а также соответствующий этому набору собственных чисел набор собственных векторов. При этом наличие хотя бы одного собственного числа с положительной мнимой частью свидетельствует о неустойчивости рассматриваемого решения. Иными словами, если наибольшая мнимая часть найденных собственных чисел положительна, то решение является неустойчивым, а в противном случае – устойчивым.

В разделе 5.2 описан метод, разработанный для решения системы (1), в рамках которого это решение отыскивается численно на той же разностной сетке, на которой получено стационарное (базовое) решение  $\bar{\mathbf{q}}$ . При этом дискретизация системы дифференциальных уравнений (1) и соответствующих линеаризованных граничных условий приводит к следующей обобщенной задаче на собственные значения для матрицы  $S$ , которая представляет собой дискретный аналог линейного дифференциального оператора  $L(\bar{\mathbf{q}})$ :

$$(-i\omega T + S) \cdot \tilde{\mathbf{a}} = 0, \quad (2)$$

где  $\tilde{\mathbf{a}}$  - дискретный аналог вектора амплитуд возмущений, а  $T$  – диагональная матрица, в которой диагональные элементы  $T_{ii}$ , соответствующие внутренним точкам области, равны 1, а остальные равны 0 (матрицы  $S$  и  $T$  имеют размер в  $N_V \times N_V$ , где  $N_V = n_{var} \times N_p$ ,  $n_{var}$  – количество основных переменных,  $N_p$  – количество точек сетки).

Эта задача решается с использованием неявно перезапускаемой версии метода Арнольди в сочетании с подходом «shift-invert», реализованной в библиотеках Petsc/Slepc, и с использованием библиотеки MUMPS для LU разложения матрицы.

Следует отметить, что проведение полного трехмерного анализа устойчивости требует чрезвычайно больших объемов оперативной памяти. В связи с этим в диссертации был предложен упрощенный квазитрехмерный подход к решению задачи (1), в рамках которого предполагается, что базовое решение является однородным в одном из пространственных направлений (например, совпадающим с осью  $z$ ), а возмущения в этом направлении считаются гармоническими, т.е. вектор возмущений представляется в виде  $\tilde{\mathbf{q}}_{3D}(x, y, z) = \tilde{\mathbf{q}}_{q3D}(x, y) \cdot \exp(i\beta z)$ .

Раздел 5.3 посвящен верификации и тестированию разработанного математического аппарата и его программной реализации.

В разделе 5.3.1 представлены результаты его применения к решению задач об устойчивости ламинарных течений (в этом случае уравнение переноса турбулентной вязкости исключается из рассмотрения, а турбулентная вязкость и теплопроводность, входящие в уравнения переноса импульса и энергии, полагаются равными нулю). Результаты расчетов сравнивались как с решениями нестационарных уравнений Навье-Стокса, полученными в настоящей работе, так и с известными из литературы данными, что позволяет верифицировать значительную часть разработанных алгоритмов. В частности, рассмотрены

следующие задачи: развитие неустойчивости Толлмина-Шлихтинга в канале, устойчивость ламинарного обтекания прямоугольной каверны на плоской поверхности, устойчивость слоя Экмана и стационарного поперечного обтекания цилиндров постоянного и переменного диаметра. Во всех случаях результаты, полученные с использованием предложенного метода, хорошо согласуются с результатами других методов.

В разделе 5.3.2 представлены результаты верификации и валидации разработанного подхода применительно к анализу устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса, замкнутых при помощи модели турбулентности SA и ее модификаций, путем сравнения с результатами решения нестационарных уравнений Рейнольдса и LES. В частности, были рассмотрены течение Куэтта, слой Экмана и обтекание прямого крыла бесконечного размаха.

Наконец, последний (основной) раздел 5.3.3 пятой главы посвящен применению разработанных методов для определения параметров начала транзвукового бафтинга крыла.

Результаты двумерного анализа устойчивости для трех различных крыловых профилей (Рис. 20) свидетельствуют о высокой точности предсказания начала бафтинга на прямых крыльях, обеспечиваемой предложенной методикой. Так, критический угол атаки для профиля NASA 0012 хорошо согласуется с экспериментальными данными при  $M_\infty \leq 0.79$ . При этом предсказывается не только появление неустойчивости с ростом угла атаки, но и стабилизация течения при увеличении числа Маха (заметное различие с экспериментом при пограничном числе Маха  $M_\infty = 0.8$  связано, по всей видимости, с погрешностью, вносимой полуэмпирической моделью турбулентности). Аналогичные результаты получены для профилей OAT15A и RA16SC1.

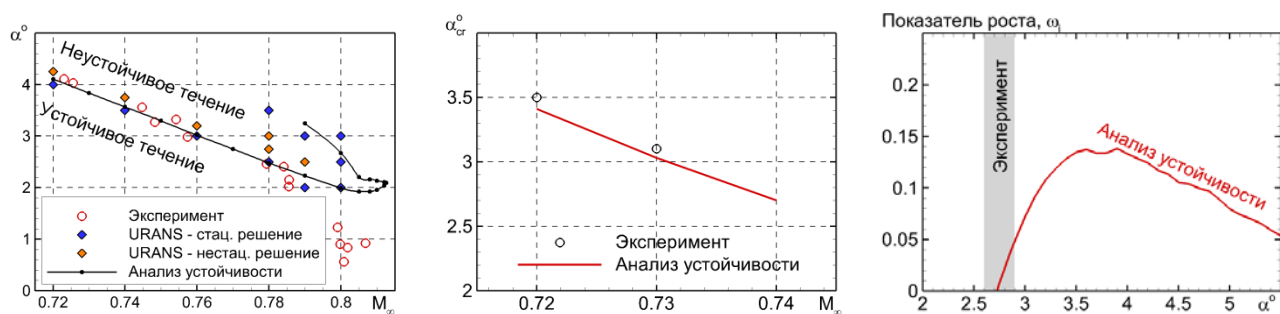
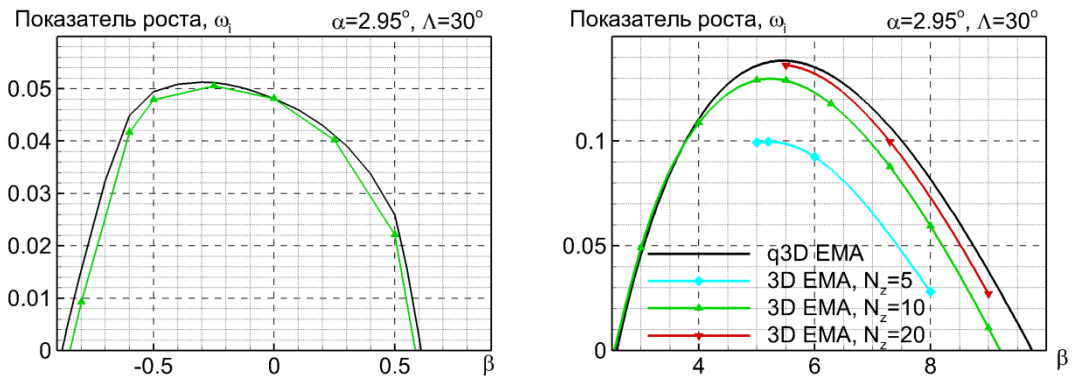
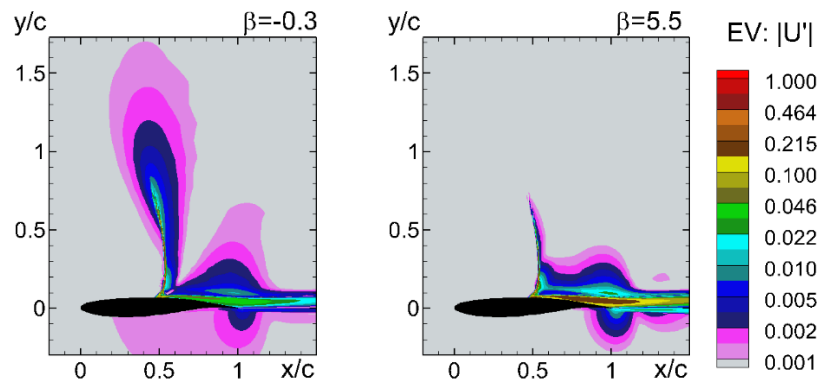


Рис. 20. Сравнение результатов анализа устойчивости с экспериментом для профилей NASA0012 (слева), OAT15A (в центре) и RA16SC1 (справа).

Исследование стреловидного крыла бесконечного размаха проводилось как с использованием полного трехмерного анализа устойчивости, так и в рамках упрощенного квазитрехмерного подхода. Анализ полученных результатов позволил выявить два типа неустойчивостей (Рис. 21 - Рис. 22).



**Рис. 21.** Зависимость показателя роста от волнового числа для возмущений первого (слева) и второго (справа) типов для профиля ОАТ15А при угле атаки  $\alpha = 2.95^\circ$  и угле стреловидности  $\Lambda = 30^\circ$ . Представлены результаты квазитрехмерного анализа и полного трехмерного анализа при различных значениях числа ячеек по поперечной координате  $N_z$ .



**Рис. 22.** Примеры собственных векторов, полученных в рамках квазитрехмерного подхода, при угле атаки  $\alpha = 3.03^\circ$  и угле стреловидности  $\Lambda = 30^\circ$  для значений  $\beta$ , соответствующих максимумам неустойчивостей первого и второго типа.

Возмущения, возникающие при развитии неустойчивости первого типа, характеризуются относительно большими длинами волн в направлении оси  $z$  ( $\lambda_z/c > 6$ ), которым соответствуют волновые числа  $|\beta| < 1$  (к данному типу принадлежат, в частности, однородные по  $z$  возмущения, соответствующие  $\beta = 0$ ). Длины волн возмущений второго типа лежат в пределах от  $0.5c$  до  $3c$ , что соответствует волновым числам  $\beta$  от 2 до 10 (именно данный тип неустойчивости наблюдается при экспериментальном исследовании бафтинга на стреловидном крыле пассажирских самолетов). Амплитуды собственных векторов возмущений, соответствующих продольной компоненте скорости, для наиболее неустойчивых мод первого и второго типов приведены на Рис. 22. Из него видно, что для неустойчивости первого типа максимальная амплитуда возмущений скорости достигается в окрестности скачка уплотнения (в отрывной зоне и следе за профилем амплитуда этих возмущения примерно в 20 раз меньше). В противоположность этому, для возмущений второго типа различие амплитуд на скачке и в следе не столь существенно (их отношение составляет примерно 5).

Наконец, следует подчеркнуть, что результаты расчетов, полученные с использованием квазитрехмерного и полного трехмерного анализа устойчивости, хорошо согласуются друг с другом (см. Рис. 21), однако для получения достаточно точного решения в рамках трехмерного подхода необходимо использовать подробную расчетную сетку по поперечной координате, что едва ли возможно при решении реальных задач вследствие ограниченности ресурсов даже наиболее мощных из современных компьютерных систем. Это свидетельствует об эффективности и большой практической значимости предложенного в диссертации квазитрехмерного подхода.

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

1. На основе аналитического обзора существующих методов численного моделирования пристеночных турбулентных течений определены возможные пути их совершенствования.
2. Разработан ряд оригинальных модификаций двух наиболее успешных полуэмпирических моделей турбулентности для расчета пристеночных турбулентных течений, а именно, модели переноса турбулентной вязкости Спаларта-Аллмараса (SA модель) и двухпараметрической SST модели Ментера (SST модель). В частности, предложены:
  - две нелинейные модели, предназначенные для расчета течений, в которых существенную роль играет анизотропия рейнольдсовых напряжений;
  - две модификации линейной модели SST, обеспечивающие повышение точности расчета обтекания аэродинамических профилей при условиях близких к срыву потока и расчета течений с существенной кривизной линий тока и вращением потока;
  - две модификации модели SA, первая из которых обеспечивает повышение точности расчета осесимметричных течений, а вторая повышение точности расчета присоединенных пограничных слоев при низких числах Рейнольдса.
3. Проведены верификация предложенных моделей путем сравнения результатов расчетов, полученных с их помощью при использовании двух различных CFD кодов (FLUENT и NTS код), и их широкое тестирование путем сравнения с экспериментальными данными и результатами прямого численного моделирования. Показано, что разработанные модели превосходят по точности как базовые модели SA и SST, так и существующие аналоги.
4. Предложены существенные усовершенствования гибридных RANS-LES подходов, включающие:
  - новые версии глобальных методов DDES и IDDES на основе  $k-\omega$  SST модели, превосходящие по точности оригинальные версии;
  - новую DES-подобную гибридную RANS-LES модель SST  $\sigma$ -DDES, обеспечивающую значительное ускорение формирования трехмерных разрешаемых турбулентных структур в оторвавшихся слоях смешения;
  - эффективную технологию реализации одностадийного зонного RANS-LES подхода с использованием объемных источников в уравнениях переноса импульса и

кинетической энергии турбулентности для генерации турбулентного контента на интерфейсе между RANS и LES зонами, применимую на произвольных, в том числе неструктурированных сетках.

5. Разработана новая гибридная схема для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в уравнениях переноса в рамках гибридных RANS-LES подходов, обеспечивающая устойчивость алгоритма и высокую точность разрешения турбулентных вихревых структур при расчете как присоединенных, так и отрывных пристеночных течений.
6. Проведено всестороннее тестирование разработанных гибридных моделей и методов на основе сопоставления полученных с их использованием результатов расчетов с известными экспериментальными данными и результатами прямого численного моделирования.
7. С использованием гибридных RANS-LES подходов получены новые детальные количественные данные об аэродинамических и аэроакустических характеристиках ряда сложных пристеночных течений, некоторые из которых рассмотрены впервые:
  - поперечное обтекание тандема цилиндров;
  - обтекание трехэлементного аэродинамического профиля DLR-F15;
  - обтекание модельной конфигурации крыло – закрылок;
  - транс- и сверхзвуковое обтекание возвращаемого космического аппарата и отделяемого головного блока пилотируемого космического корабля в режиме его вывода на орбиту и при аварийном отделении от ракеты-носителя.
8. Разработан новый зонный RANS-DNS-IDDES подход, с помощью которого на рекордной для России расчетной сетке 8.3 миллиарда узлов выполнен расчет трансзвукового обтекания выпуклости на цилиндрической поверхности, сопровождающегося формированием скачка уплотнения с последующим отрывом и присоединением пограничного слоя.
9. Предложен новый подход к анализу глобальной устойчивости турбулентных течений, базирующийся на линейном анализе устойчивости стационарных решений уравнений Рейнольдса. Для реализации этого подхода создан комплекс вычислительных алгоритмов и программ для определения условий возникновения и развития глобальной временной и пространственной неустойчивости в двумерных и трехмерных турбулентных потоках.
10. Проведена тщательная верификация разработанного математического аппарата и его программной реализации на широком круге задач об устойчивости ламинарных и турбулентных течений:
  - развитие неустойчивости Толлмина-Шлихтинга в канале;
  - устойчивость ламинарного обтекания прямоугольной каверны на плоской поверхности;
  - устойчивость ламинарного и турбулентного слоя Экмана;

- устойчивость ламинарного поперечного обтекания цилиндров постоянного и переменного диаметра;
  - возникновение продольных вихрей в турбулентном течении Куэтта;
  - появление вихревых ячеек при турбулентном обтекании крыльев бесконечного размаха.
11. С использованием разработанного программного обеспечения получены новые результаты, касающиеся условий возникновения трансзвукового бафтинга на прямых и стреловидных крыльях.

### **Публикации по теме диссертации**

1. Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Оценка возможностей явных алгебраических моделей рейнольдсовых напряжений применительно к расчету пристенных пограничных слоев // Теплофизика Высоких Температур, Т. 37, № 6, 1999. С. 920–927.
2. Garbaruk A.V., Shur M.L., Strelets M.K., Spalart P.R. Numerical study of wind-tunnel walls effects on transonic airfoil flow // AIAA Journal, Vol. 41, No. 6, 2003. pp. 1046-1054.
3. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Magidov D. Predicting the onset of flow unsteadiness based on global instability // J. of Computational Physics, Vol. 224, No. 2, 2007. pp. 924–940.
4. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Magidov D., Travin A.K. Origin and structure of transonic buffet on airfoils // AIAA Paper 2008–4233, 2008.
5. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Оценка возможностей различных подходов к моделированию турбулентности применительно к расчету сверхзвукового следа за донным срезом цилиндра // Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах (ИСОС-2008): Шестая Всероссий. конф. (С. 25–33). С.-Петербург: Ижевск: ИПМ УрО РАН, 2008.
6. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Magidov D., Jacquin L. Global Structure of Buffeting Flow on Transonic Airfoils // Solid Mechanics and its Applications, Vol. 14, 2009. pp. 297-306.
7. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Magidov D., Travin A.K. Origin of transonic buffet on aerofoils // Journal of Fluid Mechanics, Vol. 628, 2009. pp. 357–369.
8. Garbaruk A.V., Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K. Supersonic base flow experiments in the near wake of a cylindrical afterbody. Vol 103. // In: “DESider - A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling”. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Springer, 2009. pp. 197-206.
9. Spalart P.R., Strelets M. Kh., Garbaruk A.V. Grid Design and the Fate of Eddies in External Flows // ERCOFTAC Series, Vol. 16, 2011. pp. 253–267.
10. Menter F.R., Schütze J., Kurbatskii K.A., Garbaruk A.V., Gritskevich M.S. Scale-Resolving Simulation Techniques in Industrial CFD // AIAA Paper 2011–3474, 2011.
11. Гарбарук А.В., Грицкевич М.С. Применение двустадийного RANS/LES подхода для расчета аэродинамики течений с отрывной зоной умеренного размера // Тепловые Процессы в Технике, Т. 3, № 11, 2011. С. 484-489.

12. Garbaruk A.V., Crouch J.D. Quasi-three dimensional analysis of global instabilities: onset of vortex shedding behind a wavy cylinder // *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 677, 2011. pp. 572–588.
13. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Schütze J., Menter F.R. Development of DDES and IDDES Formulations for the  $k-\omega$  Shear Stress Transport Model // *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 88, No. 3, 2012. pp. 431–449.
14. Грицкевич М.С., Гарбарук А.В. Встроенный LES с использованием объемного источника турбулентных пульсаций // *Научно-Технические Ведомости Политехнического Университета. Физико-Математические Науки*, Т. 141, № 1, 2012. С. 27–35.
15. Menter F.R., Garbaruk A.V., Egorov Y. Explicit Algebraic Reynolds Stress Models for Anisotropic Wall-Bounded Flows // *Progress in Flight Physics*, Vol. 3, 2012. pp. 89-104.
16. Garbaruk A.V., Niculin D., Strelets M.K., Dyadkin A., Krylov A., Stekenius K. Comparative study of different turbulence modelling approaches to prediction of transonic and supersonic flows past a re-entry capsule with balance flaps // *Progress in Flight Physics*, Vol. 5, 2013. pp. 3-22.
17. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. Fine-tuning of DDES and IDDES formulations to the  $k-\omega$  shear stress transport model // *Progress in Flight Physics*, Vol. 5, 2013. pp. 23-42.
18. Матюшенко А.А., Гарбарук А.В. Расчет течения вдоль пучка цилиндров при наличии локальных завихрителей потока // *Тепловые Процессы в Технике*, № 11, 2013. С. 482-485.
19. Spalart P.R., Garbaruk A.V., Strelets M.Kh. RANS Solutions in Couette flow with streamwise vortices // *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 49, 2014. pp. 128–134.
20. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Frank T., Menter F.R. Investigation of the thermal mixing in a T-junction flow with different SRS approaches // *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 279, 2014. pp. 83–90.
21. Грицкевич М.С., Гарбарук А.В. Сравнение различных подходов к моделированию турбулентности для расчета тепломассообмена в Т-образном соединении двух труб // *Тепловые Процессы в Технике*, № 10, 2013. С. 434–439.
22. Гарбарук А.В., Спаларт Ф.Р., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Расчет аэродинамики и шума при обтекании тандема цилиндров // *Математическое Моделирование*, Vol. 26, No. 6, 2014. pp. 119–136.
23. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. Computation of wall bounded flows with heat transfer in the framework of SRS approaches. // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 572, 2014. P. 012057.
24. Matyushenko A.A., Garbaruk A.V. Scale resolving simulations of the water flow through a rod bundle with split-type spacer grid // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 572, 2014. P. 012058.

25. Coleman G.N., Garbaruk A.V., Spalart P.R. Direct numerical simulation and theories of wall turbulence with a range of pressure gradients // *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 95, No. 2-3, 2015. pp. 261–276.
26. Грицкевич М.С., Гарбарук А.В. Применение пристенных функций для расчета гидродинамики и конвективного теплообмена в рамках гибридных RANS-LES подходов // *Тепловые Процессы в Технике*, т. 7, № 4, 2015. С. 146–151.
27. Гусева Е.К., Стрелец М.Х., Гарбарук А.В. Тестирование метода DDES с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения // *Тепловые Процессы в Технике*, т. 7, №. 12, 2015. С. 552–557.
28. Mockett C., Fuchs M., Garbaruk A., Shur M., Spalart P., Strelets M., Thiele F., Travin A. Two Non-zonal Approaches to Accelerate RANS to LES Transition of Free Shear Layers in DES. Vol 130. // In: *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Springer, 2015. pp. 187-201.
29. Guseva E.K., Garbaruk A.V., Strelets M.Kh. Application of DDES and IDDES with shear layer adapted subgrid length-scale to separated flows // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 769, 2016. P. 012081.
30. Matyushenko A.A., Garbaruk A.V. Adjustment of the  $k$ - $\omega$  SST turbulence model for prediction of airfoil characteristics near stall // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 769, 2016. P. 012082.
31. Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Testing of modified curvature-rotation correction for  $k$ - $\omega$  SST model // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 769, 2016. P. 012087.
32. Беляев К.В., Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л., Spalart P.R. Опыт прямого численного моделирования турбулентности на суперкомпьютерах // *Труды международной конференции Суперкомпьютерные дни в России 2016*, Москва, 2016. С. 357–364.
33. Belyaev K.V., Garbaruk A.V., Shur M.L., Strelets M.K., Spalart P.R. Experience of direct numerical simulation of turbulence on supercomputers // *Communications in Computer and Information Science*, Vol. 687, 2016. pp. 67-77.
34. Грицкевич М.С., Гарбарук А.В. Некоторые особенности применения гибридных RANS-LES подходов при расчете турбулентных течений на неструктурированных сетках // *Тепловые Процессы в Технике*, т. 8, № 2, 2016. С. 57–63.
35. Матюшенко А.А., Гарбарук А.В. Численное исследование влияния трехмерных «грибообразных» структур на характеристики обтекания крыловых профилей // *Тепловые Процессы в Технике*, № 1, 2016. С. 31-36.
36. Стабников А.С., Гарбарук А.В. Модификация поправки на кривизну линий тока и вращение в модели SST на основе LES вращающегося сдвигового слоя // *Тепловые Процессы в Технике*, № 4, 2016. С. 146-150.
37. Гарбарук А.В., Матюшенко А.А., Стрелец М.Х. Оценка преимуществ нелинейных моделей турбулентности при расчете течений в каналах прямоугольного сечения // *Тепловые Процессы в Технике*, No. 5, 2016. pp. 195–200.



38. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Menter F.R. A Comprehensive Study of Improved Delayed Detached Eddy Simulation with Wall Functions // *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 98, No. 2, 2017. pp. 461–479.
39. Guseva E. K., Garbaruk A. V., Strelets M. Kh. Assessment of Delayed DES and Improved Delayed DES Combined with a Shear-Layer-Adapted Subgrid Length-Scale in Separated Flows // *Flow Turbulence and Combustion*, Vol. 98, No. 2, 2017. pp. 481–502.
40. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V. Influence of upstream pipe bends on the turbulent heat and mass transfer in T-junctions // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 891, 2017. P. 012046.
41. Gritskevich M.S., Garbaruk A.V. On prediction of turbulent heat transfer in the framework of Improved Delayed Detached Eddy Simulation with Wall Functions // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 929, No. 1, 2017. P. 012094.
42. Guseva E.K., Garbaruk A.V., Strelets M.K. An automatic hybrid numerical scheme for global RANS-LES approaches // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 929, No. 1, 2017. P. 012099.
43. Matyushenko A.A., Garbaruk A.V. Non-linear correction for the  $k-\omega$  SST turbulence model // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 929, 2017. P. 012102.
44. Spalart P.R., Belyaev K.V., Garbaruk A.V., Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K. Large-Eddy and Direct Numerical Simulations of the Bachalo-Johnson Flow with Shock-Induced Separation // *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 99, No. 3-4, 2017. pp. 865-885.
45. Грицкевич М.С., Матюшенко А.А., Гарбарук А.В. Влияние стенок кожуха на характеристики турбулентного теплообмена в сборках тепловыделяющих элементов // *Тепловые процессы в технике*, Т. 9, № 9, 2017. С. 387-391.
46. Никифорова К.В., Гарбарук А.В., Менгер Ф., Смирнов П.Е. Объемный генератор синтетической турбулентности в программном пакете ANSYS Fluent // *Тепловые процессы в технике*, Т. 9, № 9, 2017. С. 426-430.
47. Гусева Е.К., Гарбарук А.В., Стрелец М.Х. Разработка и тестирование  $\sigma$ -DDES подхода на основе  $k-\omega$  SST модели // *Тепловые процессы в технике*, Т. 9, № 10, 2017. С. 434-439.
48. Матюшенко А.А., Котов Е.В., Гарбарук А.В. Анализ причин снижения точности при расчете обтекания крыловых профилей в рамках двумерных уравнений Рейнольдса // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки*, Т. 10, № 1, 2017. С. 20-30.
49. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л., Дядькин А.А., Рыбак С.П. Расчет нестационарных воздействий на поверхность пилотируемого транспортного корабля при отделении головного блока // *Материалы XXV всероссийского семинара с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова*. 2018. С. 65-67.

50. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Strelets M.Kh. Global Instability Analysis of Unswept- and Swept-Wing Transonic Buffet Onset // AIAA Paper 2018-3229, 2018.
51. Probst A., Schwamborn D., Garbaruk A., Guseva E., Shur M., Strelets M., Travin A. Evaluation of grey area mitigation tools within zonal and non-zonal RANS-LES approaches in flows with pressure induced separation // International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 68, 2017. pp. 237-247.
52. Guseva E.K., Gritskevich M.S., Garbaruk A.V. Assessment of two approaches to accelerate RANS to LES transition in shear layers in the framework of ANSYS-FLUENT // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1038, 2018. P. 012134.
53. Nikiforova K., Garbaruk A.V. Numerical simulation of aeroacoustical noise from a wing-flap configuration // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1038, 2018. P. 012135.
54. Mockett C.R., Fuchs M., Thiele F.H., Wallin S., Peng S.-H., Deck S., Kok J.C., Van der Ven H., Garbaruk A., Shur M., Strelets M., Travin, A.K. Non-zonal approaches for grey area mitigation // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol. 134, 2018. pp. 17-50.
55. Garbaruk A., Guseva E., Shur M., Strelets M., Travin A. 2D wall-mounted hump // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design, Vol 134, 2018. pp. 173-187.
56. Matyushenko A.A., Garbaruk A.V. Validation of the SST-HL turbulence model for separated flows and flows around airfoils // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1135, 2018. P. 012097.
57. Nikiforova K.V., Guseva E.K., Garbaruk A.V. Application of WMLES to wall-bounded flows with pressure gradient // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1135, 2018. P. 012098.
58. Spalart P.R., Garbaruk A.V. The Predictions of Common Turbulence Models in a Mature Vortex // Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 102, No. 3, 2019. pp. 667–677.
59. Матюшенко А.А., Гарбарук А.В., Менгер Ф.Р., Смирнов П.Е. Усовершенствование  $k-\omega$  SST модели турбулентности применительно к расчету обтекания прямых крыльев конечного размаха // Тепловые процессы в технике, Т. 11, № 7, 2019. С. 290–298.
60. Дядькин А.А., Рыбак С.П., Трашков Г.А., Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л., Дроздов С.М., Столяров Е.П. Расчетно-экспериментальные исследования пульсаций давления на поверхности космической головной части с пилотируемым транспортным кораблем на участке выведения // Космическая техника и технологии, Т. 24, № 1, 2019. С. 5-22.
61. Crouch J.D., Garbaruk A.V., Strelets M.Kh. Global instability in the onset of transonic-wing buffet // Journal of Fluid Mechanics, Vol. 881, 2019. pp. 3-22.
62. Spalart P.R., Garbaruk A.V. A Correction to the Spalart-Allmaras Turbulence Model, Providing More Accurate Skin Friction in Boundary Layers at Low Reynolds Numbers // AIAA Journal Vol. 58, No. 5, 2020. pp. 1903-1905.