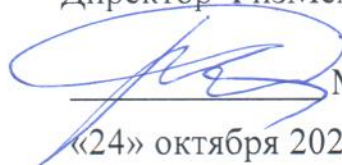


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

**Физико-механический институт**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ФизМех



М.Е. Фролов

«24» октября 2023 г.

**ПРОГРАММА**

вступительного испытания для поступающих в магистратуру  
по направлению подготовки / образовательной программе  
01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

---

Санкт-Петербург  
2023

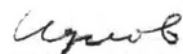
## АННОТАЦИЯ

Программа содержит перечень тем (вопросов) по дисциплинам базовой части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавров по направлению **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**, вошедших в содержание билетов (тестовых заданий) вступительного испытания в магистратуру.

Вступительное испытание, оценивается по стобалльной шкале.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение междисциплинарного экзамена – **50 баллов (50%)**.

Руководитель ОП, к.б.н.



К.Н. Козлов

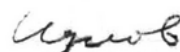
Составители:

Профессор ВШПМиВФ, д.т.н., с.н.с.



Ф.А. Новиков

Доцент ВШПМиВФ, к.б.н., доцент



К.Н. Козлов

Программа рассмотрена и рекомендована к изданию Ученым Советом **ФизМех** (протокол № 08-23 от «24» октября 2023 г.).

## **1. ДИСЦИПЛИНЫ, ВКЛЮЧЕННЫЕ В ПРОГРАММУ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ЭКЗАМЕНА**

- 1.1. Численные методы.
- 1.2. Методы оптимизации.
- 1.3. Вариационное исчисление.
- 1.4. Теория вероятностей.
- 1.5. Теория случайных функций.
- 1.6. Основы функционального анализа.
- 1.7. Дискретная математика.
- 1.8. Методология программирования.
- 1.9. Теория алгоритмов и математическая логика.
- 1.10. Программирование.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ ДИСЦИПЛИН**

### **2.1. Численные методы**

Темы (вопросы):

1. Решение нелинейных уравнений.
2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Методы приближения функций.
4. Приближенное вычисление интегралов.
5. Одношаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
6. Методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Решение краевых задач методом конечных разностей.
8. Понятия аппроксимации, устойчивости, сходимости разностной схемы.
9. Явные разностные схемы.
10. Неявные разностные схемы.
11. Метод матричной прогонки.
12. Итерационные методы решения сеточных уравнений.
13. Метод конечных объемов построения разностных схем.
14. Разностные схемы для гиперболических уравнений и их систем.
15. Исследование устойчивости разностных схем.

Литература для подготовки:

1. Численные методы: учебное пособие для физико-математических специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ;

- Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова .— 6-е изд. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008 .— 636 с.
2. Основы численных методов : учебник для вузов по направлению подготовки специалистов "Прикладная математика" / В. М. Вержбицкий .— Изд. 3-е, стер. — Москва : Высшая школа, 2009.
  3. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин — М.: Научный мир, 2003.

## **2.2. Методы оптимизации**

Темы (вопросы):

1. Теорема о совпадении точек локального и глобального минимума. Случаи выпуклой, псевдовыпуклой, строго квазивыпуклой функции цели.
2. Теорема Минковского-Фаркаша и ее геометрическая интерпретация.
3. Теоремы об аффинной оболочке и о размерности полиэдра.
4. Методы штрафных и барьерных функций в задачах оптимизации.
5. Градиентные методы решения задач выпуклого программирования.
6. Теорема Куна-Таккера.
7. Свойства аффинных множеств и теорема об аналитическом задании аффинных множеств.
8. Свойства выпуклых функций. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости по направлению.
9. Теорема о необходимых и достаточных условиях минимума для выпукло-дифференцируемой функции.
10. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.

Литература для подготовки:

1. Математическое программирование : [Учеб. пособие для вузов по спец. "Прикл. математика"] / В. Г. Карманов.— М.:Физматлит, 2008.
2. Курс методов оптимизации : [учебное пособие] / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров .— Изд. 2-е .— М. : Физматлит, 2005 .— 367 с. : ил. ; 22 см .— (Классический университетский учебник / Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова) . — Библиогр.: с. 361-363.

## **2.3. Вариационное исчисление**

Темы (вопросы):

1. Интегральные функционалы. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления.
2. Вариации кривых и функционалов.

3. Необходимое условие минимума функционала и уравнение Эйлера-Лагранжа.
4. Слабый и сильный минимум функционала в простейшей задаче и необходимые условия Лежандра и Вейерштрасса.
5. Изопериметрическая задача и задача Лагранжа как расширение простейшей задачи вариационного исчисления.
6. Первая вариация функционала в задаче с подвижными концами. Необходимые условия трансверсальности и условия Вейерштрасса – Эрдмана.

Литература для подготовки:

1. Вариационное исчисление : учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л. Э. Эльсгольц .— Изд. 7-е .— М. : URSS : [Изд-во ЛКИ], [2008] .— 205 с. : ил. ; 22 см .— (Классический учебник МГУ).
2. Сборник задач по оптимизации : Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие для вузов по математическим специальностям / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров .— М. : Наука, 1984.

#### **2.4. Теория вероятностей**

Темы (вопросы):

1. Понятие вероятностного пространства. Основные свойства вероятностной меры.
2. Случайные величины и векторы, их типы и способы задания.
3. Основные числовые характеристики случайных величин и векторов, их вычисление и свойства.
4. Производящая и характеристическая функции случайных величин, их вычисление и свойства.
5. Функциональные преобразования случайных величин, их свойства.
6. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

Литература для подготовки:

1. Прикладные методы теории вероятностей : учебник для вузов по направлению подготовки магистров "Системный анализ и управление" / А. А. Свешников ; под ред. О. И. Зайца .— Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2012 .— 471 с.
2. Курс теории вероятностей : Учеб. для студентов мат. специальностей ун-тов и пед. ин-тов / Б.В. Гнеденко .— 7-е изд., испр .— Москва : Эдиториал УРСС, 2001 .— 318 с.
3. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер .— Москва : Мир, 1967.

## 2.5. Теория случайных функций

Темы (вопросы):

1. Понятие случайных функций, их типы и основные свойства.
2. Основные числовые характеристики случайных процессов.
3. Типовые случайные процессы.
4. Операции математического анализа над случайными процессами и их свойства.
5. Корреляционная теория случайных процессов.
6. Спектральная теория случайных процессов.
7. Формирующие фильтры и методы их построения.
8. Основные понятия и факты теории выбросов Райса.

Литература для подготовки:

1. Прикладные методы теории случайных функций : учебное пособие / А. А. Свешников .— Изд. 3-е, стер. — СПб. : Лань, 2011 .— 463 с.
2. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В.С. Пугачев .— Москва : Физматгиз, 1962 .— 883с.
3. Выбросы случайных процессов / В. И. Тихонов .— Москва : Наука, 1970 .— 392 с.

## 2.6. Основы функционального анализа

Темы (вопросы):

1. Определение и примеры метрических пространств. Открытые и замкнутые множества.
2. Сходимость в метрических пространствах. Сепарабельность и полнота.
3. Определение, основные свойства и примеры нормированных пространств. Банаховы пространства.
4. Гильбертовы пространства.
5. Линейные операторы в нормированных пространствах. Норма оператора.
6. Линейные функционалы. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов в различных пространствах. Слабая сходимость.

Литература для подготовки:

1. Функциональный анализ и вычислительная математика / Лебедев В.И. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Физматлит, 2000 .— 295 с. : ил .— Библиогр.: с.285-287.

2. Методы современной математической физики : пер. с англ. / М. Рид, Б. Саймон .— Москва : Мир, 1977. Т.1: Функциональный анализ .— 1977.
3. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009 .— 570 с. : ил. ; 22 см .— (Классический университетский учебник).

## 2.7. Дискретная математика

Темы (вопросы):

1. Наивная теория множеств. Представление множеств в программах.
2. Отношения и их свойства. Замыкание и редукция отношений. Отношения эквивалентности и отношения порядка.
3. Алгебраические структуры. Полугруппы, моноиды, группы, кольца, поля. Решетки и булевы алгебры. Векторные пространства.
4. Элементарная теория чисел. Делимость, простые числа, сравнения. Китайская теорема об остатках. Функция Эйлера.
5. Булевы функции. Нормальные формы, полнота системы булевых функций. Представление булевых функций в программах.
6. Комбинаторные конфигурации. Алгоритмы вычисления комбинаторных чисел. Принцип включения и исключения. Производящие функции.
7. Ориентированные и неориентированные графы, мультиграфы и гиперграфы. Представление графов в программах. Алгоритмы обхода графов.
8. Связность графов. Теоремы Менгера и Холла. Алгоритмы поиска кратчайших путей.
9. Свободные, ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Представление деревьев в программах. Деревья сортировки.
10. Планарность графов и раскраска графов. Формула Эйлера и теорема о пяти красках.

Литература для подготовки:

1. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для вузов по направлению подготовки "Информатика и вычислительная техника" / Ф. А. Новиков .— 3-е изд. — М. [и др.] : Питер, 2009 .— 383 с. : ил. ; 24 см .— (Учебник для вузов).
2. Дискретная математика для программистов : [учебное пособие] / Гэри Хаггард, Джон Шлипф, Сью Уайтсайдс ; пер. с англ. Н. А. Шиховой; под ред. А. А. Сапоженко .— М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010 .— 627 с.

## **2.8. Методология программирования**

Темы (вопросы):

1. Понятие программного продукта, его жизненный цикл. Модели жизненного цикла. Основные виды программной документации, их назначение и содержание. Характеристики качества программ и методы их улучшения. Задачи управления проектом. Модели команд программистов.
2. Основные виды моделей программных систем, их назначение и применение. Структуризация как основной методологический принцип технологии программирования. Пошаговая детализация программ в структурном программировании.
3. Упорядочение функциональной (модульной) структуры программных комплексов. Иерархическая структуризация и виртуальные машины. Нисходящая и восходящая стратегии разработки программных комплексов. Понятие интерфейса и протокола; их стандартизация; виды стандартов. Примеры стандартов. Понятие открытой системы.
4. Парадигма объектно-ориентированного программирования, её достоинства и недостатки
5. Визуальное проектирование программного обеспечения. Унифицированный язык моделирования UML.
6. Принципы тестирования программ.
7. Надежность программного обеспечения.

Литература для подготовки:

1. Технологии разработки программного обеспечения : Разработка сложных программных систем : Учеб. пособие для вузов по направл. "Информатика и вычислительная техника" / С.А. Орлов .— 2-е изд .— Санкт-Петербург : Питер, 2003.
2. Технологии разработки программного обеспечения : Современный курс по программной инженерии : учебник для вузов по специальности "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем" направлений подготовки специалистов "Информатика и вычислительная техника" / С. А. Орлов , Б. Я. Цилькер .— 4-е изд. — М. [и др.] : Питер, 2012.

## **2.9. Теория алгоритмов и математическая логика**

Темы (вопросы):

1. Логические исчисления и формальные теории. Исчисление высказываний и исчисление предикатов. Автоматическое доказательство теорем.



2. Вычислительный и исчислительный процессы. Вычислимые функции. Вычислительные модели. Тезис Черча.
3. Разрешимые и неразрешимые задачи. Частичная разрешимость.
4. Временная и емкостная сложность алгоритма. Логарифмический и равномерный критерии сложности.
5. Парадигмы алгоритмизации.
6. NP-полные задачи. Способы доказательства NP-полноты. Теорема Кука. Примеры NP-полных задач с доказательствами.
7. Построение приближенных алгоритмов решения NP-полных задач.

Литература для подготовки:

1. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций: Пер. с англ. / Н. Катленд .— Москва : Мир, 1983.
2. Алгоритмы: построение и анализ. 3-е издание / Т.Х.Кормен, Ч.И.Лейзерсон, Р.Л.Ривест, К.Штайн .— Вильямс, 2015.
3. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон ; пер. с англ. Е. В. Левнера и М. А. Фрумкина; под ред. А. А. Фридмана .— Москва : Мир, 1982.

## **2.10. Программирование**

Темы (вопросы):

1. Основные управляющие структуры в языках программирования.
2. Рекурсия и рекуррентные алгоритмы.
3. Объектно-ориентированная парадигма.
4. Алгоритмы сортировки (квадратичные, линейно-логарифмические, линейные).
5. Динамические массивы и связанные списки.
6. Сбалансированные деревья.
7. Хэш-таблицы.

Литература для подготовки:

1. Алгоритмы: построение и анализ. 3-е издание / Т.Х.Кормен, Ч.И.Лейзерсон, Р.Л.Ривест, К.Штайн .— Вильямс, 2015.
2. Язык программирования C++. Лекции и упражнения, 6-е изд. : Пер. с англ. / С.Прата .— Вильямс, 2015.

### 3. ПРИМЕР ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОП

  
\_\_\_\_\_ К.Н. Козлов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

### ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ

по направлению подготовки

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

---

1. Какие алгоритмы приближения табличных функций используют кратные узлы
  - а) интерполирование полиномами в форме Лагранжа;
  - б) интерполирование полиномами в форме Ньютона;
  - в) интерполирование полиномами в форме Эрмита;(Максимальный балл – 2).
2. Пусть  $S$  – непустое выпуклое множество в  $\mathbb{R}^n$ . Рассматривается задача минимизации функции  $F$  на этом множестве. Пусть  $x$  - локальное оптимальное решение (точка локального минимума). Тогда  $x$  - глобальное оптимальное решение, если  $F$  - ...
  - а) выпуклая;
  - б) непрерывная;
  - в) знакопеременная;(Максимальный балл – 3).
3. Какую производящую функцию имеет возрастающая последовательность неотрицательных степеней числа 2?
  - а)  $x$ ;
  - б)  $2/x$ ;
  - в)  $1/(1-2x)$ ;(Максимальный балл – 4).
4. ...